

Оценивание показателей надежности РЭА в нормальном режиме по результатам форсированных и ускоренных испытаний

В.Е. Гвоздев

Факультет информатики и робототехники
Уфимский государственный авиационный
технический университет
Уфа, Россия
e-mail: wega55@mail.ru

О.Я. Бежаева

Факультет информатики и робототехники
Уфимский государственный авиационный
технический университет
Уфа, Россия
e-mail: obezhaeva@gmail.com

М.А. Абдрафиков

Факультет информатики и робототехники
Уфимский государственный авиационный
технический университет
Уфа, Россия
e-mail: aliastos@mail.ru

К.Б. Ахуньянова

Факультет информатики и робототехники
Уфимский государственный авиационный
технический университет
Уфа, Россия
e-mail: akhunyanova.k@gmail.com

Аннотация¹

Рассматриваются подходы к доверительному оцениванию строгих функциональных зависимостей с учетом погрешностей в данных наблюдений. Приводится схема вычислительного эксперимента для определения доверительных областей строгих функциональных зависимостей, а также результаты исследования.

1. Введение

Одним из способов получения оценок показателей надежности радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) являются форсированные и ускоренные испытания изделий.

Форсированные и ускоренные испытания основаны на решении трех классов задач:

1. предварительные исследования;
2. планирование испытаний;
3. проведение испытаний; обработка измерительных данных; принятие решений относительно надежности изделий.

Содержание упомянутых задач, а также типовые методики форсированных и ускоренных испытаний

описаны в соответствующих нормативных документах.

Одной из типовых задач в рамках проведения предварительных исследований является построение функциональных зависимостей для пересчета наработок (моментов отказа изделий) в форсированном режиме в значения наработок в нормальном режиме.

В инженерной практике объемы фактических данных всегда ограничены. В силу этого, оценки функциональных зависимостей являются случайными.

В настоящей статье рассматривается метод интервального оценивания непараметрических функциональных зависимостей с учетом наличия погрешностей в измерительных данных.

2. Метод непараметрического оценивания строгих функциональных зависимостей

Построение строгих функциональных зависимостей имеет целью пересчет наработок до отказа изделий в режиме $\varepsilon_*^{(l)}$, полученных при проведении испытаний по k -й программе, в наработки, соответствующие нормальному режиму ε_0 :

$$Q_{\varepsilon_0}^{(i)} = \varphi_{l,k}^{(Q)}(Q_{\varepsilon_*^{(l),k}}^{(i)}), i = \overline{1; m} \quad (1)$$

Здесь $Q_{\varepsilon_*^{(l),k}}^{(i)}$ - i -я наработка в l -м режиме при испытаниях по программе k ;

Труды второй международной конференции "Интеллектуальные технологии обработки информации и управления", 10 - 12 ноября, Уфа, Россия, 2014

$\varphi_{i,k}^{(Q)}$ – строгая функциональная зависимость для пересчета значений $Q_{\varepsilon^{(l),(k)}}^{(i)}$ в наработки $Q_{\varepsilon_0}^{(i)}$, соответствующие нормальному режиму ε_0 .

В [1] описан непараметрический метод оценивания функциональных зависимостей, основанный на решении обратной задачи расчета функции распределения случайного аргумента.

Решение обратной задачи оценивания строгой функциональной зависимости сводится к построению оператора A_1 , осуществляющего преобразования

$$A_1: \{F_2(y), F_1(x)\} \rightarrow \varphi(x) \quad (2)$$

Особенностью непараметрического метода оценивания строгих функциональных зависимостей является то, что:

1) построение оценки $\hat{F} = \hat{\Phi}(x)$ осуществляется на основе законов распределения случайных величин $F_1(x), F_2(y)$. Поэтому в отличие от традиционного подхода к построению регрессионных зависимостей не требуется построения поля рассеяния. Из этого в том числе следует, что оценки зависимостей могут строиться при разных объемах наблюдений входного X и выходного Y параметров;

2) не требуется решения задачи синтеза структуры регрессионной зависимости $y = \varphi(x, \theta)$ и, как следствие, отпадает необходимость генерации критерия качества оценивания аналитической зависимости по результатам наблюдений. Другими словами, отпадает необходимость решения задачи параметрического синтеза. По сути, решение задач структурного и параметрического синтеза переносится на этап построения оценок законов распределения $F_1(x), F_2(y)$ входного X и выходного Y параметров;

3) метод может использоваться для построения функциональных зависимостей по однородным выборкам малого объема. Это обеспечивается за счет наличия моделей, позволяющих полностью формализовать процедуру построения оценок законов распределения непрерывных случайных величин $F(z)$ по однородным выборкам малого объема [1, 2].

В работах [1] приводятся результаты исследования свойств точечных оценок непараметрических функциональных зависимостей от:

- свойств (объема, точности регистрации, типа закона распределения) выборочных данных;
- от степени нелинейности строгой функциональной зависимости $y = \varphi(x)$.

Вместе с тем, не исследованы свойства доверительных областей получаемых при

непараметрическом оценивании функциональных зависимостей по выборочным данным с учетом погрешностей в выборочных данных.

3. Интервальное оценивание непараметрических функциональных зависимостей в условиях существования погрешности регистрации исходных данных

3.1. Влияние масштаба помехи на закон распределения случайного аргумента

В основе исследования лежит следующее правило формирования на основе исходной выборки $\{x\}$ выборки $\{x^*\}$:

$$x_i^* = x_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

Здесь ε_i - случайная величина, подчиняющаяся закону распределения $F(\varepsilon)$, причем математическое ожидание $M(\varepsilon) = 0$, а среднее квадратическое отклонение σ_ε определялось на основе соотношения:

$$\sigma_\varepsilon = \alpha \cdot \sigma_x \quad (4)$$

где σ_x - среднее квадратическое отклонение закона распределения $F_1(x)$. В ходе исследований $F(\varepsilon)$ брался равномерным и нормальным, а α принимал значения $\alpha = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75; 1; 2$.

Алгоритм построения $\hat{F}_1(x_i^*)$ заключается в следующем.

Шаг 1. Выбрались $F_1(x)$, $F(\varepsilon)$, задавался объем выборки N .

Шаг 2. Генерировался элемент выборки x_i , подчиняющийся заданному $F_1(x)$.

Шаг 3. Генерировалась помеха ε_i , подчиняющаяся $F(\varepsilon)$, масштаб которого определяется по (4).

Шаг 4. Формируется элемент выборки по правилу $x_i^* = x_i + \varepsilon_i$.

Шаг 5. В случае, если значение x_i^* выходило за левую границу диапазона возможных значений $0 \leq x < \infty$, следовали одному из следующих правил:

- а) элемент x_i^* не исключался из рассмотрения и процесс генерации случайных чисел продолжался.
- б) элемент выборки, выходящий слева за границу диапазона $0 \leq x < \infty$ заменялся на нуль.
- в) элемент x_i^* отбрасывается, т.е. объем выборки N уменьшается на единицу.

г) элемент x_i^* отбрасывается, однако процесс генерации продолжается так чтобы общий объем выборки оставался равным N .

На основе сформированной выборки $\{x^*\}$ по известным правилам строилась гистограмма (оценка $\hat{f}_1(x_i^*)$).

Полученные результаты позволяют заключить, что влияние помехи тем более существенно, чем более ассиметричным является закон распределения $F_1(x)$ случайного аргумента. Вид же закона распределения $F(\varepsilon)$ помехи практически не играет роли.

В ходе исследований случайные значения y_i^* формировались по правилу $y_i^* = \varphi(x_i^*)$, где $\varphi(x)$ - заранее выбранная строгая зависимость. По выборкам $\{x^*\}, \{y^*\}$ посредством описанного выше подхода строились оценки $\hat{\phi}(x)$

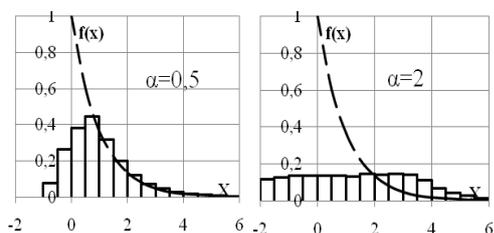
Полученные результаты позволяют заключить, что помеха в исходных значениях аргумента оказывают влияние на оценку $\hat{\phi}(x)$, причем это влияние тем больше, чем более ассиметричной является $F_1(x)$, чем сильнее истинная нелинейность $y = \varphi(x)$ и чем больше масштаб помехи α .

Влияние помехи обусловлено тем, что помеха искажает вид $F_1(x)$ и $F_2(y)$, причем искажения тем сильнее, чем больше α . Это в свою очередь, приводит к возникновению систематической погрешности в оценивании $\hat{\phi}(x)$.

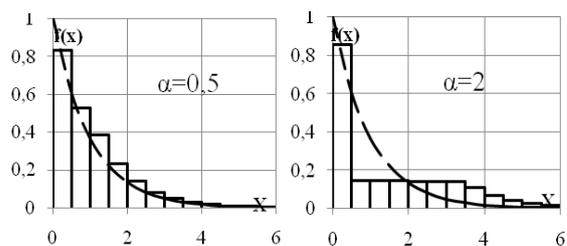
Можно заключить, что наилучшие результаты получаются при «обнулении» данных, выходящих за границы допустимого диапазона. При этом тип закона распределения $F(\varepsilon)$ практически не играет роли. Наихудший результат – в случае без отбрасывания и без обнуления элементов выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$.

На рис. 1 в качестве примера показано, как меняется форма дифференциальной функции распределения $f_1(x)$ при разных схемах формирования выборки $\{x^*\}$. Рисунки соответствуют случаю когда $F_1(x)$ – показательный.

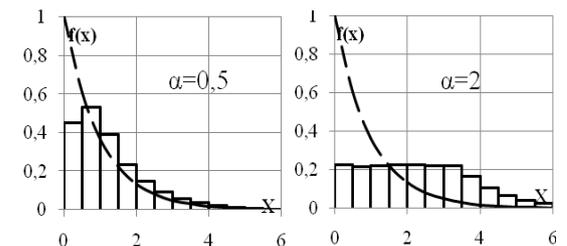
Аналогичные исследования были проведены применительно к $F_2(y)$.



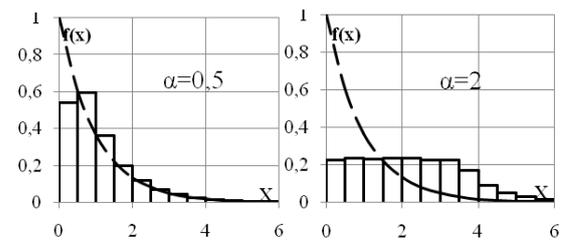
а) без отбрасывания элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$.



б) с обнулением элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$.



в) с отбрасыванием элементов, выходящих за левую границу диапазона без увеличения N .



г) с отбрасыванием элементов, выходящих за левую границу диапазона с увеличением N .

Рис.1. Изменение формы дифференциальной функции распределения при разном масштабе помехи. $F_1(x)$ – показательный, $F(\varepsilon)$ – равномерный. — — — соответствует случаю без помехи, гистограмма – случаю с помехой.

В ходе исследования были построены осредненные оценки $\hat{\phi}_{cp}(x)$ для различных видов оцениваемой нелинейности при разных схемах формирования $\{x^*\}$. Осредненная оценка $\hat{\phi}_{cp}(x)$ рассчитывалась по соотношению:

$$\hat{\phi}_{cp}(x^*) = \frac{\sum_{j=1}^{\eta} \hat{\phi}^{(j)}(x^*)}{\eta} \quad (5)$$

где η – количество экспериментов, $\hat{\phi}^{(j)}(x^*)$ – значение непараметрической оценки функциональной зависимости в j -ом эксперименте в точке x^* .

На рис. 2 в качестве примера приведена картина изменения осредненных оценок $\hat{\phi}_{cp}(x)$ и

доверительных границ при разных α , в случае, когда $F_1(x)$ является показательным.

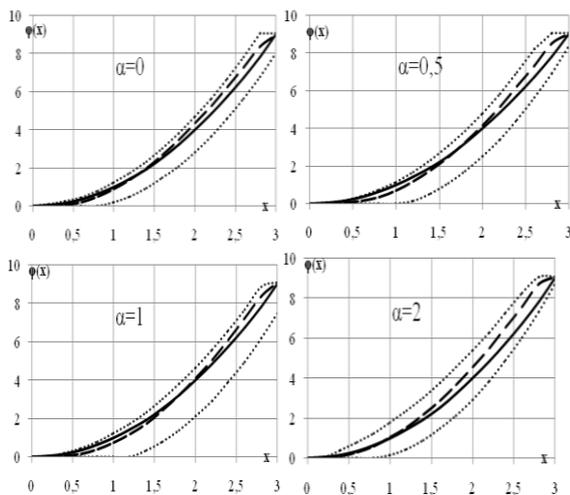


Рис.2. Осредненные оценки $\hat{\phi}_{cp}(x)$ при наличии помехи в исходной выборке. Случай с отбрасыванием элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$ без увеличения N . Вид нелинейности $y = x^2$. ——— соответствует теоретической нелинейной зависимости; — — — осредненная оценка $\hat{\phi}_{cp}(x)$; ······ — доверительные границы.

Полученные результаты, позволяют заключить, что при больших масштабах помехи:

1. в случае с обнулением элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$, и в случае, если анализ «выпадения» элементов выборки не производился, истинная теоретическая функциональная зависимость оказывается вне доверительного интервала;
2. в случае отбрасывания «выпадающих» элементов с увеличением и без увеличения объема испытаний, истинная теоретическая функциональная зависимость оказывается внутри доверительного интервала. Причем ширина доверительного интервала незначительно больше при использовании схемы с увеличением объема испытаний.

В ходе исследований изучалось применение систематического отклонения $\phi(x)$ от истинной $\phi(x)$ при разных α и различных $F_1(x)$.

Систематическое отклонение $\Omega(x)$ рассчитывалось по следующему соотношению

$$\Omega(x) = \hat{\phi}_{cp}(x) - \phi(x) \quad (6)$$

где $\phi(x)$ – теоретическая нелинейная функциональная зависимость, $\hat{\phi}_{cp}(x)$ – осредненная оценка $\hat{\phi}(x)$.

Результаты проведенных исследований позволяют сделать следующие выводы:

1. Систематическая погрешность увеличивается с ростом масштаба помехи. Причем наблюдается ее значительный рост на уровне масштаба помехи $\alpha > 1$. Таким образом, необходимо установить граничное значение масштаба помехи $\alpha = 1$.
2. Наилучшие результаты получились при использовании подхода с отбрасыванием с отбрасыванием элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$ с одновременным увеличением объема выборки.
3. Наихудшие результаты – в случае без отбрасывания элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$.

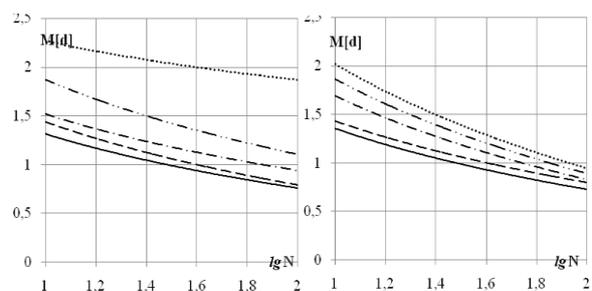
3.2. Влияние погрешности регистрации выборочных данных на показатели качества доверительного оценивания

Наличие погрешности в выборочных данных при учете границ диапазона возможных значений случайного аргумента искажает вид $F_1(x)$ и $F_2(y)$, но также влияет на значения показателей качества доверительного оценивания строгих функциональных зависимостей. На рис. 3 в качестве примера приведены зависимости показателей качества непараметрического оценивания строгих нелинейных зависимостей при разных объемах выборок для разных подходов к обработке выборочных данных.

Диапазон измерения $x \in [0; P(0 \leq x \leq x^*) = \beta]$, $y \in [0; P(0 \leq y \leq y^*) = \beta]$. В качестве $F_1(x)$ выступает Гамма-распределение с параметром формы $\gamma = 9$ и параметром масштаба $\omega = 0,333$. Закон распределения $F(\varepsilon)$ – равномерный. В качестве показателей качества оценивания строгих функциональных зависимостей выступали оценки среднего значения $M[d]$; среднеквадратического отклонения $\sigma[d]$; размаха D величины

$$d^{(j)} = \max_x |\hat{\phi}^{(j)}(x) - \phi(x)| \quad (7)$$

где $\hat{\phi}^{(j)}(x)$ - непараметрическая оценка строгой зависимости в j -м эксперименте.



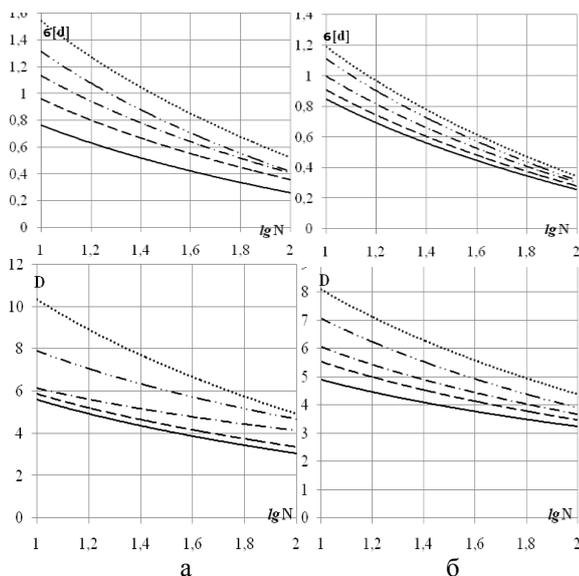


Рис.3. Зависимость показателей качества непараметрического оценивания функциональных зависимостей при разных условиях эксперимента. Исходная нелинейность вида $y=x^2$. Закон распределения $F_1(x)$ – показательный, $F(\varepsilon)$ – равномерный. Ряд рисунков а) соответствует случаю, когда элементы, выходящие за левую границу $0 \leq X < \infty$, не отбрасывались. Ряд б) соответствует случаю обнуления элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq X < \infty$. α – величина масштаба помехи; — соответствует $\alpha=0$; — — — — $\alpha=0,25$; — · — · — $\alpha=0,5$; — · · — $\alpha=0,75$; · · · · · — $\alpha=1$;

Полученные в ходе исследований результаты позволяют заключить, что погрешность в регистрации данных, в зависимости от α и $F_1(x)$, приводит к значительному изменению показателей качества доверительного оценивания. Причем влияние тем сильнее, чем меньше N и чем более асимметричным является $F_1(x)$.

Полученные зависимости показателей качества непараметрического оценивания строгих функциональных зависимостей позволяют рассмотреть задачу возможности компенсации низкой точности выборочных данных за счет увеличения объема выборки. Решение задачи основано на использовании соотношений

$$\begin{aligned}
 M^{(\alpha_0)}[N_1] &= M^{(\alpha_j)}[N_j]; \\
 \sigma^{(\alpha_0)}[N_1] &= \sigma^{(\alpha_j)}[N_j]; \\
 D^{(\alpha_0)}[N_1] &= D^{(\alpha_j)}[N_j]
 \end{aligned}
 \quad (8)$$

Графическая иллюстрация к вышеописанной задаче представлена на рис. 4. Здесь α_0 – соответствует $\alpha = 0$; α_j – соответствует значениям помехи 0.25; 0.5; 0.75; ...; N_j – объем выборки, советуемой помехе α_j ,

при котором обеспечивается то же значение показателя качества, как и при отсутствии помехи.

На рис. 5 в качестве примера приведены зависимости $N_j = \psi(N_1)$ для различных $F_1(x)$ и разных значений масштаба помехи α , для случая, когда закон распределения $F(\varepsilon)$ – равномерный.

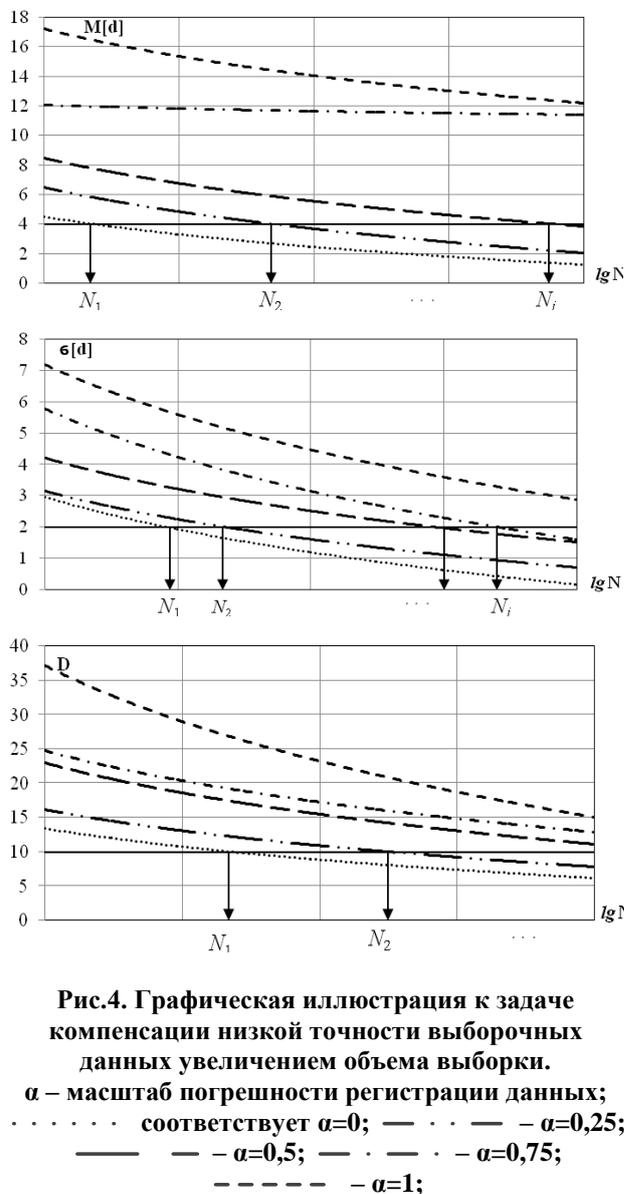
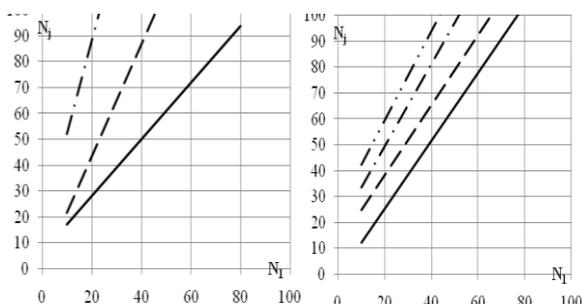
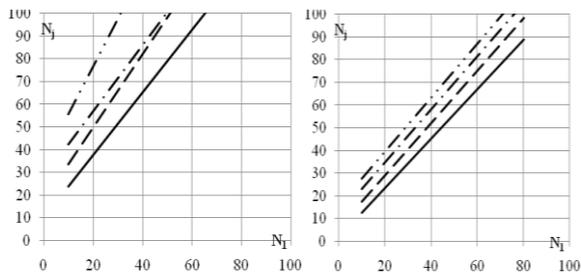


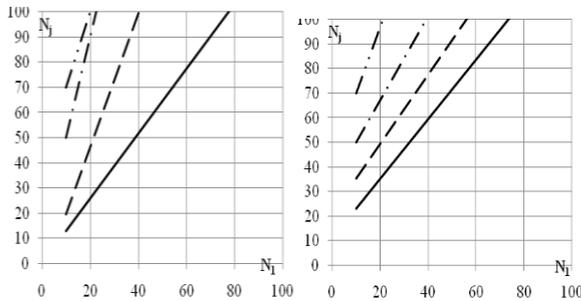
Рис.4. Графическая иллюстрация к задаче компенсации низкой точности выборочных данных увеличением объема выборки. α – масштаб погрешности регистрации данных; · · · · · соответствует $\alpha=0$; — · — · — $\alpha=0,25$; — — — — $\alpha=0,5$; — · — · — $\alpha=0,75$; — — — — $\alpha=1$;



а) По показателю точности $M[d]$.



б) По показателю устойчивости $\sigma[d]$.



в) По показателю ширины доверительного интервала D .

Рис.5. Объем выборок, при которых обеспечиваются одинаковые значения показателей качества оценивания. Закон распределения $F_1(x)$ — показательный. Нелинейность вида $y=x^2$. Левый ряд рисунков соответствует случаю, когда элементы, выходящие за левую границу $0 \leq X < \infty$, не отбрасывались. Правый ряд соответствует случаю обнуления элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq X < \infty$. α — масштаб погрешности регистрации данных; — — — — — соответствует $\alpha=0,25$; — — — — — $\alpha=0,5$; — · — · — $\alpha=0,75$; — · · — $\alpha=1$.

Проведенные исследования показали, что:

1. Низкую точность регистрации выборочных данных можно компенсировать путем увеличения объема выборки N . И обратно: требуемые значения показателей качества оценивания при

малом числе выборочных данных могут быть получены за счет повышения точности регистрации данных. Однако это возможно при ограниченном масштабе помехи (проведенные исследования показали, что граничным значением масштаба помехи является $\alpha = 1$).

2. При большем масштабе помехи, большее влияние, нежели случайная, приобретает систематическая погрешность.
3. При использовании подхода с отбрасыванием «выпадающих» элементов, выходящих за левую границу диапазона $0 \leq x < \infty$ с одновременным увеличением объема выборки, при прочих равных условиях увеличение объема выборки тем больше, чем более асимметричным является закон распределения $F_1(x)$.

4. Заключение

Качество непараметрического оценивания функциональных зависимостей, при прочих равных условиях ухудшается с ростом масштаба помехи α .

Работа поддержана грантами РФФИ 13-08-00968, 14-08-97036.

Список используемых источников

1. Гузаиров М.Б., Гвоздев В.Е., Ильясов Б.Г. и др. Статистическое исследование территориальных систем: монография/Гузаиров М.Б., Гвоздев В.Е., Ильясов Б.Г., Колоденкова А.Е. — М.: Машиностроение, 2008.- 187 с.
2. Алыпов Ю.Е., Гвоздев В.Е. Статистические методы оценки надежности промышленных изделий по результатам малого числа испытаний. — Уфа: Уфимский ордена Ленина авиационный институт им.С.Орджоникидзе, 1983. — 44 с.