

Метод планирования совместных движений двух антропоморфных манипуляторов

В.И. Петренко

Кафедра организации и технологии защиты информации
Северо-Кавказский федеральный университет
Россия, Ставрополь
e-mail: vip.petrenko@gmail.com

Ф.Б. Тебуева

Кафедра прикладной математики и компьютерной безопасности
Северо-Кавказский федеральный университет
Россия, Ставрополь
e-mail: fariza.teb@gmail.com

В.О. Антонов

Кафедра прикладной математики и компьютерной безопасности
Северо-Кавказский федеральный университет
Россия, Ставрополь
e-mail: ant.vl.02@gmail.com

М.М. Гурчинский

Кафедра прикладной математики и компьютерной безопасности
Северо-Кавказский федеральный университет
Россия, Ставрополь
e-mail: gurmikhail@yandex.ru

Аннотация¹

С развитием антропоморфных роботов становится актуальной разработка методов планирования совместных движений двух антропоморфных манипуляторов в общем операционном пространстве. Существующие методы имеют относительно большую вычислительную сложность и не могут использоваться на платформах с ограниченными вычислительными ресурсами. В данной статье предложен приближенный аналитический метод планирования совместных движений двух антропоморфных манипуляторов для движений класса точка-точка. Аналитический метод основан на геометрической интерпретации кинематической избыточности антропоморфных манипуляторов. Его вычислительная сложность составляет порядка 1000 операций. Симуляция работы предложенного метода показала его работоспособность.

Ключевые слова: антропоморфный манипулятор, кооперативное планирование движения, аналитический метод, геометрический метод, два манипулятора.

1. Введение

Одним из актуальнейших направлений развития современной робототехники является антропоморфная робототехника. Её ключевой особенностью является возможность функционирования робота в человекоориентированной среде без необходимости её модификации.

Существующие антропоморфные роботы могут работать в режиме, копирующего или автоматического управления [1, 2]. Основными проблемами автоматического управления являются планирование задач и планирование движений. Планирование задач определяет какие действия и в какой последовательности должен выполнить робот чтобы достичь цели. Данная задача относится к области искусственного интеллекта и не рассматривается в данной статье. Другой задачей является планирование движений, т. е. как именно робот должен двигаться в процессе выполнения действий. Целью планирования движений манипуляторов является получение законов движения, переводящих манипулятор из исходного положение в заданное, с учетом различных ограничивающих условий. Полученные законы движения в дальнейшем отрабатываются системой управления робота.

Под совместными движениями двух антропоморфных манипуляторов в данной статье понимается одновременное движение двух антропоморфных манипуляторов в одном операционном пространстве, направленное на

Труды Седьмой всероссийской научной конференции "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений", 28-30 мая, Уфа-Ставрополь-Ханты-Мансийск, Россия, 2019

Всероссийская научная конференция "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений",
Уфа-Ставрополь-Ханты-Мансийск, Россия, 2019

достижение общей цели. Нескоординированные движения манипуляторов, работающих в общем операционном пространстве, могут привести к различного рода коллизиям и повреждению манипуляторов.

Совместные движения манипуляторов бывают двух видов. Первый вид – движение манипуляторов, совместно удерживающих объект манипулирования. Для первого вида движения зачастую известна траектория, по которой должен двигаться объект манипулирования. Существует большое количество методов, предназначенных для планирования такого вида движения [3-5].

Между выполнением целевых операций, т. е. манипуляций с объектами, манипуляторы выполняют транспортные движения, представляющие собой второй вид совместных движений. Целью транспортных движений является перемещение манипуляторов из некоторых начальных позиций в рабочие, из которых начинается выполнение целевых операций. При этом, конкретный путь движения не специфицируется. Данная задача известна как задача планирования движений точка-точка [6].

Для решения данной задачи могут использоваться методы планирования движения с учетом обхода препятствий [7-9]. Для каждого манипулятора другой манипулятор можно представить как неуправляемое динамическое препятствие. Такие методы требуют применения развитых технических средств визуального наблюдения за средой и имеют большую вычислительную сложность. Данные методы предназначены для обхода неконтролируемых объектов. В то время как другой манипулятор является контролируемым и предсказуемым, поэтому устранение проблемы столкновения манипуляторов может выполняться не на этапе движения, а ещё на этапе планирования движения. Применение таких методов создает избыточную петлю обратной связи, что снижает простоту, стоимость и надежность системы в целом.

Существуют различные методы планирование совместного движения для плоских роботов [10-11]. Данные методы представляют скорее академический интерес, так как плохо поддаются масштабированию для трехмерных избыточных манипуляторов.

Существуют различные методы планирования совместных движений для промышленных манипуляторов [12, 7]. Не смотря на их достоинства, данные методы не ориентированы на работу с кинематически избыточными антропоморфными манипуляторами.

Существуют методы для планирования совместных движений антропоморфных манипуляторов [13]. Данные методы основаны на численных методах, что обуславливает их большую вычислительную сложность.

В данной статье предложен аналитический метод планирования совместных движений двух антропоморфных манипуляторов, имеющий относительно низкую вычислительную сложность. В разделе 2 выполнена постановка задачи, в разделе 3 описан предлагаемый метод, а в разделе 4 приведены результаты симуляции.

2. Постановка задачи

Метод разработан с учетом следующих предположений и ограничений. Планирование движения выполняется для двух антропоморфных манипуляторов, имеющих кинематическую схему, аналогичную кинематической схеме руки человека (рис. 1).

Параметры кинематической схемы обоих манипуляторов заданы, например, в виде параметров Денавита-Хартенберга [14]. Предполагается, что манипуляторы находятся на достаточно близком расстоянии, чтобы их операционные пространства пересекались. В противном случае совместное выполнение целевых операций невозможно, а в планировании совместных движений нет необходимости.

Для каждого манипулятора должны быть известны начальное и конечное положения, заданные в пространстве обобщенных координат. Обозначим начальное положение как $q_{s,i}$, а конечное как $q_{e,i}$, где $i = \{1;2\}$ – идентификатор манипулятора.

Целью планирования совместных движений является получение траектории манипуляторов в пространстве обобщенных координат, переводящей манипуляторы из начального положения в конечное, при условии отсутствия столкновений манипуляторов между собой.

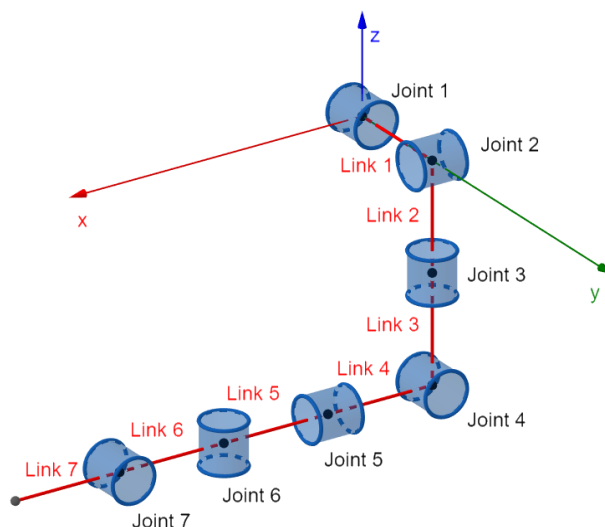


Рис. 1. Кинематическая схема антропоморфного манипулятора

3. Материалы и методы

В основе предложенного метода лежат следующие особенности:

1. Специфическая кинематическая избыточность антропоморфных манипуляторов.
2. Планирование движений выполняется не от схвата манипулятора, а от его лучезапястного сочленения.
3. Все звенья и сочленения манипулятора представляются как сферы и цилиндры с некоторым радиусом.

Специфическая кинематическая избыточность антропоморфных манипуляторов поясняется рисунком 2. На рисунке 2 точками P_s , P_e и P_w обозначены плечевое, локтевое и лучезапястное сочленения соответственно. Если рассматривать декартовы координаты сочленений манипулятора, кинематическая избыточность выражается в том, что заданному положению и ориентации кисти соответствует бесконечное множество возможных положений локтевого сочленения. Множество возможных положений локтевого сочленения лежит, на окружности, образованной вращением локтевого сочленения P_e вокруг оси, проходящей через плечевое P_s и лучезапястное P_w сочленения. На основе данной особенности построены некоторые методы решения обратной задачи кинематики, методы планирования движения одного антропоморфного манипулятора [15-16] и предложенный метод планирования совместных движений двух антропоморфных манипуляторов.

Во многих методах планирования движения для промышленных манипуляторов планирование движений выполняется от рабочего окончания манипулятора. Второй особенностью предложенного метода является планирование движений не от рабочего окончания манипулятора, а от его лучезапястного сустава. Это позволяет упростить аналитическое представление и снизить вычислительную сложность формирования законов движения сочленений манипуляторов.

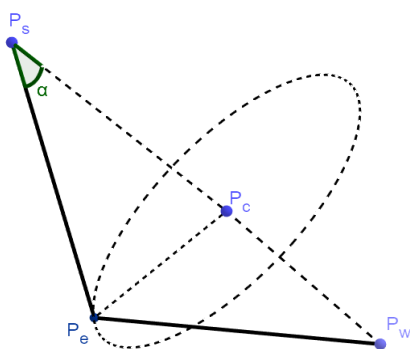


Рис. 2. Избыточность антропоморфного манипулятора

Всероссийская научная конференция "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений",
Уфа-Ставрополь-Ханты-Мансийск, Россия, 2019

Третьей особенностью предложенного метода является представление звеньев и сочленений манипулятора в виде цилиндров и сфер некоторого радиуса r . r представляет собой безопасное расстояние между частями разных манипуляторов и выбирается исходя из габаритов конкретного манипулятора.

Предложенный метод состоит из следующих этапов:

1. Планирование совместных движений лучезапястных сочленений.
2. Планирование совместных движений локтевых сочленений.
3. Планирование совместных движений кистевых звеньев.

Далее описаны этапы предложенного метода.

Планирование совместных движений лучезапястных сочленений

Общая методология планирования движения лучезапястных сочленений сходна с методом планирования движения антропоморфного манипулятора с учетом обхода препятствия, предложенного в [19].

Обозначим для i -го манипулятора радиус-вектор лучезапястного сочленения в начальном положении как $p_{w,i,s}$ а в конечном положении как $p_{w,i,e}$. Обобщенные координаты манипуляторов в начальном и конечном положениях $q_{s,i}$ и $q_{e,i}$ однозначно определяют положение лучезапястных суставов $p_{w,i,s}$ и $p_{w,i,e}$, которые могут быть найдены путем решения прямой задачи кинематики. Обозначим точки, в которых находится лучезапястные суставы в начальных и конечных положениях манипуляторов как оконечные.

В данном методе предлагается выполнять движение лучезапястного сустава из начального положения в конечное по траектории, представляющей собой прямую в декартовых координатах.

Введем условное время $t \in [0;1]$ для описания процесса движения манипуляторов. Момент $t = 0$ соответствует началу движения, а момент $t = 1$ соответствует концу движения манипулятора.

Так как движение лучезапястных суставов осуществляется по прямой, их движение может быть описано в параметрическом виде:

$$p_{w,i}(t) = p_{w,i,s} + q_{w,i}(t) * t, \quad (1)$$

где $q_{w,i}(t)$ – профиль скорости движения лучезапястного сочленения, представленный некоторым полиномом.

В таком случае расстояние между лучезапястными сочленениями может быть выражено в следующем виде:

$$\begin{aligned}
r_w(t) &= |p_{w,2}(t) - p_{w,1}(t)| = \\
&= |p_{w,2,s} + q_{w,2}(t) * t - p_{w,1,s} - q_{w,1}(t) * t| = \quad (2) \\
&= |\Delta p_w + \Delta q_w(t) * t|
\end{aligned}$$

где $\Delta p_w = p_{w,2,s} - p_{w,1,s}$ – начальная разница в положении лучезапястных сочленений; $\Delta q_w(t) = q_{w,2}(t) - q_{w,1}(t)$ – относительная скорость движения лучезапястных сочленений.

Т. к. расстояние является неотрицательной величиной, для удобства будем рассматривать квадрат расстояния между запястьями:

$$r_w^2(t) = \Delta p_w^2 - 2\Delta p_w \Delta q_w(t) * t + \Delta q_w^2(t) * t^2. \quad (3)$$

С учетом того, что $\Delta p_w(t)$ представляет собой полином некоторой степени, $r_w^2(t)$ также является полиномом, что позволяет найти точки его экстремума в аналитическом виде.

В таком случае может быть найден один или несколько минимумов расстояния между запястьями из условия равенства нулю производной

$$\frac{dr_w^2(t)}{dt} = 0. \quad (4)$$

Таким образом, могут быть найдены и отобраны точки минимума квадрата расстояния, принадлежащие отрезку $t \in [0;1]$.

Пусть задано некоторое пороговое безопасное расстояние r_t между запястьями обоих манипуляторов. В качестве такого расстояния может использоваться удвоенный радиус сфер и цилиндров, аппроксимирующих звенья и сочленения манипуляторов согласно сделанному ранее допущению:

$$r_t = 2r. \quad (5)$$

В таком случае проблема столкновения между манипуляторами формулируется в следующем виде: необходимо, чтобы в любой момент времени расстояние между запястьями было не менее порогового:

$$\|r_w^2(t)\| \geq r_t^2, t \in [0;1]. \quad (6)$$

Назовем проблемными точки, в которых расстояние между лучезапястными суставами минимально, и в которых не выполняется условие

$$r_w^2(t) \geq r_t^2. \quad (7)$$

В случае отсутствия проблемных точек планирование движения лучезапястных суставов можно считать завершенным и переходить к этапу планирования совместных движений локтевых сочленений.

Для устранения проблемных точек предлагается использовать следующий рекурсивный алгоритм:

1. Из всех проблемных точек находятся точки с наименьшим расстоянием между лучезапястными суставами.
2. В данной точке выполняется «расталкивание» лучезапястных сочленений (рис. 3), чтобы предотвратить столкновение. Обозначим точки, в которые переместились проблемные точки после «расталкивания» как промежуточные.
3. Описанный выше анализ на предмет возможности движения лучезапястных сочленений без столкновения и «расталкивание» выполняется рекурсивно для двух отрезков, соединяющих окончные и промежуточные точки.

Обозначим момент времени, в котором расстояние между запястьями наименьшее, как t_c . Проблемными точками, для которых необходимо выполнить «расталкивание», будут $p_{w,1}(t_c)$ и $p_{w,2}(t_c)$.

Обозначим центр отрезка, соединяющего $p_{w,1}(t_c)$ и $p_{w,2}(t_c)$, как центр «расталкивания» лучезапястных суставов:

$$p_{wpc} = \frac{p_{w,1}(t_c) + p_{w,2}(t_c)}{2}. \quad (8)$$

«Расталкивание» проблемных точек выполняется от центра «расталкивания» лучезапястных суставов на величину порогового расстояния:

$$p_{w,1,m} = \frac{p_{w,i}(t_c) - p_{wpc}}{\|p_{w,i}(t_c) - p_{wpc}\|}, \quad (9)$$

где $p_{w,i,m}$ – промежуточная точка i -го манипулятора.

Если модуль вектора $p_{w,1}(t_c) - p_{wpc}$ близок к нулю, точки $p_{w,i,m}$ могут быть найдены по формулам:

$$n = q_{w,1}(t) \times q_{w,2}(t_2), \quad (10)$$

$$p_{w,1,m} = p_{wpc} + \frac{n}{\|n\|} * \frac{r_t}{2}, \quad (11)$$

$$p_{w,2m} = p_{wpc} - \frac{n}{\|n\|} * \frac{r_t}{2}. \quad (12)$$

Планирование совместных движений локтевых сочленений

Стратегия планирования совместных движений локтевых сочленений основана на кинематической избыточности антропоморфных манипуляторов. Множество возможных положений локтевого сустава для заданного положения лучезапястного сустава представляется собой окружность, поэтому предлагается в процессе движения манипуляторов располагать локтевые суставы антропоморфных манипуляторов так, чтобы расстояние между ними

было максимально возможным (рис. 4). За счет этого исключается возможность столкновения локтевого сустава с плечом или предплечьем другого манипулятора.

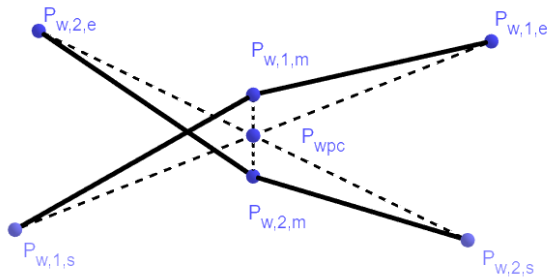


Рис. 3. «Расталкивание» проблемных точек

Для нахождения максимально удаленных точек окружностей, изображенных на рисунке 4, необходимо от центров окружностей отложить векторы вдоль оси, проведенной через центры окружностей. Длины векторов должны быть равны радиусам соответствующих окружностей.

Центр окружности $\mathbf{p}_{c,i}$ возможных положений локтевого сустава i -го манипулятора для положения $\mathbf{p}_{s,i}$ плечевого сустава и положения $\mathbf{p}_{w,i}$ лучезапястного сустава (рис. 2) может быть найден по формуле:

$$p_{c,i} = p_{s,i} + \frac{p_{w,i} - p_{s,i}}{\|p_{w,i} - p_{s,i}\|} * s_i * \cos(\alpha_i), \quad (13)$$

где s_i – длина плечевого звена, α_i – угол между плечевым звеном и осью, проходящей через плечевое и лучезапястное сочленения i -го манипулятора.

Длина плечевого звена s_i известна из параметров Денавита-Хартенберга, а $\cos(\alpha_i)$ может быть найден по теореме косинусов для треугольника, образованного плечевым, локтевым и лучезапястным суставами:

$$\cos(\alpha_i) = \frac{d_i^2 + s_i^2 - f_i^2}{2d_i s_i}, \quad (14)$$

где $d_i = \|p_{w,i} - p_{s,i}\|$, f_i – длина предплечья манипулятора.

После преобразований получаем:

$$p_{c,i} = (p_{w,i} - p_{s,i}) \frac{d_i^2 + s_i^2 - f_i^2}{2d_i^2}. \quad (15)$$

Единичный вектор оси, проходящей через плечевое и лучезапястное сочленения, задается выражением:

$$o = \frac{p_{c,2} - p_{c,1}}{\|p_{c,2} - p_{c,1}\|}. \quad (16)$$

Наиболее удаленные возможные положения локтевого сустава могут быть найдены по формулам:

$$p_{e,1} = p_{c,1} - R_1 o, \quad (17)$$

$$p_{e,2} = p_{c,2} + R_2 o, \quad (18)$$

где $\mathbf{p}_{e,i}$ – расположение локтевого сустава, R_i – радиус окружности i -го манипулятора, вычисленный по формуле:

$$R_i = s_i (\sqrt{1 - \cos(\alpha_i)}) \quad (19)$$

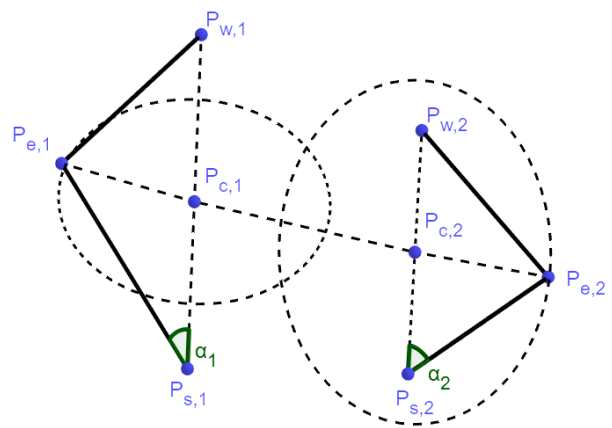


Рис. 4. Расчет положения локтевых суставов

В начальных положениях антропоморфных манипуляторов положение локтевых суставов может не соответствовать предложенной стратегии. В таком случае необходимо предварительно перевести манипуляторы в положение, согласующееся с выбранной стратегией.

Планирование совместных движений кистевых звеньев

При планировании совместных движений кистевых звеньев необходимо, чтобы кистевое звено каждого антропоморфного манипулятора не столкнулось с остальными звеньями этого же манипулятора, и со звеньями другого манипулятора. Для решения данной проблемы предлагается использовать следующую стратегию.

Примем за направление кистевого звена вектор, соединяющий лучезапястное сочленение и рабочее окончание. Пусть плечо и предплечье первого манипулятора лежат в одной плоскости β_1 . Тогда из всех возможных направлений кистевого звена \mathbf{h}_2 второго манипулятора выбирается такое, при котором кистевое звено будет направлено от плоскости β_1 под углом, максимально близким к прямому. Таким образом будет обеспечено отсутствие кистевого звена второго манипулятора со звеньями первого.

Для исключения столкновения кистевого звена второго манипулятора с остальными звеньями второго манипулятора, наложим на движение кистевого звена ограничения, соответствующие

подвижности кисти человека. Угол между кистевым звеном и предплечьем не должен быть менее 90° .

В таком случае направление кистевого звена второго манипулятора может быть найдено как проекция вектора нормали к плоскости β_i , на плоскость γ_2 , перпендикулярную предплечью второго манипулятора (рис. 5). Вектор нормали должен быть направлен от плоскости β_i к лучезапястному сочленению.

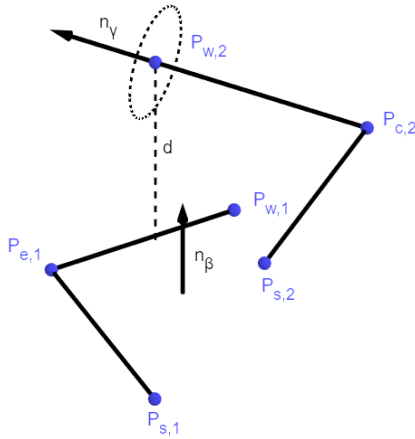


Рис. 5. Расчет положения кистевых звеньев

Плоскость β_1 может быть найдена по известным точкам расположения плечевого, локтевого и лучезапястного сочленений. Формула данной плоскости в общем виде:

$$A_\beta x + B_\beta y + C_\beta z + D_\beta = 0. \quad (20)$$

К плоскости β_1 может быть проведено два вектора нормали:

$$n_{\beta 1} = [A_\beta B_\beta C_\beta]^T, \quad (21)$$

$$n_{\beta 2} = [-A_\beta -B_\beta -C_\beta]^T. \quad (22)$$

Выбор одного из них может быть выполнен на основе расстояния от лучезапястного сустава $P_{w,i}$ до плоскости β_1 :

$$d = \frac{n_{\beta 1} * P_{w,1} + D_\beta}{\sqrt{A_\beta^2 + B_\beta^2 + C_\beta^2}}. \quad (23)$$

Если $d < 0$, то в качестве нормали n_β необходимо использовать $n_{\beta 1}$, в противном случае $n_{\beta 2}$.

Нормаль к плоскости предплечья второго манипулятора соответствует вектору, направленному от локтевого сочленения к лучезапястному:

$$n_\gamma = P_{w,2} - P_{e,2}. \quad (24)$$

Направление кистевого звена может быть найдено по формуле (рис. 5):

$$n_h = n_\beta \times n_\gamma \times n_\gamma. \quad (25)$$

По полученному вектору направления кистевого звена может быть найдено положение рабочего окончания манипулятора:

$$P_{h,2} = P_{w,2} + h n_h, \quad (26)$$

где h – длина кистевого звена.

Законы движения антропоморфных манипуляторов в обобщенных координатах могут быть получены путем решения обратной задачи кинематики с помощью одного из существующих методов [20].

4. Результаты

Для проверки эффективности предложенного метода было выполнено моделирование в пакете Matlab. Моделирование показало эффективность этого метода и его низкую вычислительную сложность. Ниже приведен пример результатов моделирования. В таблице 1 приведены исходные данные для расчетов. В таблице 2 приведены результаты планирования движения. Визуализация результатов планирования движения показана на рисунке 6.

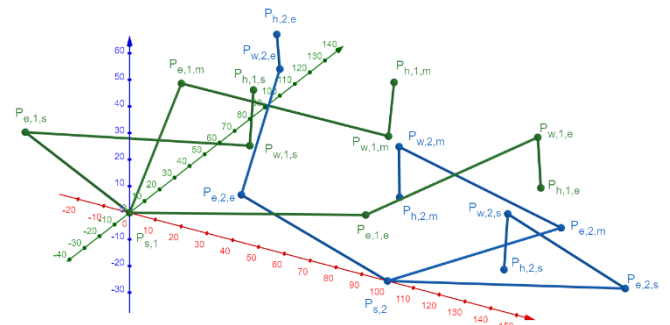


Рис. 6. Результаты симуляции

Таблица 1. Исходные данные

Пер- я	Значение	
	Первый манипулятор	Второй манипулятор
$P_{s,i,s}$	(0,00;0,00;0,00)	(100,00;0,00;0,00)
$P_{e,i,s}$	(-66,06;44,77;-5,60)	(166,06;44,77;-5,60)
$P_{w,i,s}$	(0,00;80,00;-10,00)	(100,00;80,00;0,00)
$P_{h,i,s}$	(0,00;82,48;9,85)	(100,00;77,52;29,85)
$P_{w,i,e}$	(100,00;100,00;10,00)	(0,00;100,00;10,00)
$P_{h,i,e}$	(100,00;101,99;-9,90)	(0,00;98,01;29,90)
s_i	80,00	80,00
f_i	75,00	75,00
h_i	20,00	20,00
r_t	10,00	

Таблица 2. Результаты планирования движения

Пер-я	Значение	
	Первый манипулятор	Второй манипулятор
$P_{e,i,m}$	(-24,02;75,76;9,11)	(122,87;76,27;-7,73)
$P_{w,i,m}$	(50,00;86,46;3,54)	(50,00;93,54;-3,54)
$P_{h,i,m}$	(51,28;87,99;23,44)	(49,23;95,13;-23,46)
$P_{e,i,e}$	(74,12;29,96;0,14)	(25,88;29,96;6,11)

На рисунке 6 показаны начальное $(P_{s,i,s}, P_{e,i,s}, P_{w,i,s}, P_{h,i,s})$, промежуточное $(P_{s,i,m}, P_{e,i,m}, P_{w,i,m}, P_{h,i,m})$, и конечное $(P_{s,i,e}, P_{e,i,e}, P_{w,i,e}, P_{h,i,e})$ положения манипулятора. Звенья первого манипулятора выделены зеленым цветом, а звенья второго манипулятора синим. При независимом перемещении манипуляторов из исходного положения в конечное положение они будут сталкиваться в середине пути. Применение разработанного метода позволило скорректировать их движение так, чтобы столкновения не происходило.

5. Обсуждение

Как следует из результатов симуляции, предложенный метод позволяет выполнять планирование совместных движений двух антропоморфных манипуляторов.

Вычислительная сложность предложенного метода имеет порядок 1000 операций и является относительно низкой по сравнению с вычислительной сложностью аналогов. Поэтому цель разработки метода планирования совместных движений двух антропоморфных манипуляторов можно считать достигнутой.

Для применения в существующих системах управления антропоморфными роботами требуется более глубокое тестирование и доработка предложенного метода. Например, необходимо добавить возможность обхода препятствия, объекта манипулирования и других частей антропоморфного робота.

В то же время данный метод позволяет получить повторяемость результатов, в отличие от численных методов, плохо предназначенных для работы с кинематически избыточными антропоморфными манипуляторами.

5. Заключение

- В статье разработан аналитический метод планирования совместных движений двух антропоморфных манипуляторов.
- Работоспособность предложенного метода проверена с помощью симуляции.

- Необходимы дальнейшие статистические исследования для проверки надежности работы метода.
- Разработанный метод является аналитическим, что обуславливает его относительно низкую вычислительную сложность – порядка 1000 операций.
- Низкая вычислительная сложность обуславливает перспективность применения метода в системах управления робототехническими платформами с ограниченными вычислительными ресурсами, например, в мобильных автономных роботах.

Благодарности

Исследование выполнено в рамках реализации научного проекта по теме «Разработка программно-аппаратного комплекса системы управления на основе решения обратной задачи динамики и кинематики» в рамках ФЦПР 2014-2020 (уникальный идентификатор RFMEFI57517X0166) при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Список используемых источников

1. НПО "Андроидная техника". URL: <http://v2.npo-at.com/2018/05/sar-401/> (дата обращения: 01.02.2019).
2. Bluethmann W., Ambrose R., Diftler M., Askew S., Huber E., Goza M., Rehnmark F., Lovchik C. "Robonaut: A Robot Designed to Work with Humans in Space" Autonomous robots March 2003
3. Mohri A., Yamamoto M., Hirano, G. "Cooperative path planning for two manipulators" in "Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation" March 1996
4. S. Schmitt P., Neubauer W., Feiten W., Wurm K., V. Wichert G., Burgard W. "Optimal, sampling-based manipulation planning" March 2017
5. McMahon T., Sandstrom R., Thomas S., Amato N., "Manipulation planning with directed reachable volumes" IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (2017) 2017-September
6. Afaghani A., Aiyama Y. "On-line Collision Detection of n-Robot Industrial Manipulators using Advanced Collision Map" Proceedings of the 17th International Conference on Advanced Robotics, ICAR 2015
7. Yang C., Ma H., Fu M. "Obstacle Avoidance for Robot Manipulator" Springer Singapore in May 2016
8. Zhang W., Sobh T. "Obstacle Avoidance for Manipulators" Systems Analysis Modelling Simulation in June 2003

9. Yang C., Liu F., Ma H., Wang X., Chen J. "Obstacle Avoidance for Kinematically Redundant Robot" IFAC-PapersOnLine in September 2015
10. Biswasl K., Sankar A. "MATLAB Simulation of Collision Free Path Planning & Trajectory Planning of a 2-link Planar Manipulator". Control instrumentation system conference, CISCON-2011, 2011
11. Hwang K., Tsai M. "On-Line Collision-Avoidance Trajectory Planning of Two Planar Robots Based on Geometric Modeling." Journal of Information Science and Engineering in January 1999
12. Marushima S., Yamamoto M., Mohri A. "A planning method of collision-free trajectory for two manipulators" in December 1991
13. Zhao L., Zhao J., Liu H., Manocha D. "Collision-Free Kinematics for Redundant Manipulators in Dynamic Scenes using Optimal Reciprocal Velocity Obstacles" in November 2018
14. Miller L., Kim H., Rosen J. "Redundancy and joint limits of a seven degree of freedom upper limb exoskeleton" Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, EMBS in August 2011
15. R. S. Hartenberg and J. Denavit, "A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices," Journal of Applied Mechanics, vol. 77, pp. 215–221, June 1955.
16. Kim H., Miller L., Byl N., Abrams G., Rosen J. "Redundancy Resolution of the Human Arm and an Upper Limb Exoskeleton" IEEE Transactions on Biomedical Engineering in April 2012
17. Kutlubaev I., Zhydenko I., Bogdanov A., "Basic concepts of power anthropomorphic grippers construction and calculation," 2016 2nd International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Chelyabinsk, 2016, pp. 1-4. DOI: 10.1109/ICIEAM.2016.7910963.
18. Zhydenko I., Permyakov A., Kutlubaev I., Construction basics of adaptive group actuators of anthropomorphic grippers actuating link groups, 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), St. Petersburg, 2017, pp. 1-4. DOI: 10.1109/ICIEAM.2017.8076194.
19. Petrenko V.I., Tebueva F.B., Gurchinskiy M.M., Antonov V.O., Untewsky N.U., "The method of the quasioptimal per energy efficiency design of the motion path for the anthropomorphic manipulator in a real time operation mode" Proceedings of the 2018 Multidisciplinary Symposium on Computer Science and ICT Stavropol, Russia, October 15, 2018.
20. Petrenko V., Tebueva F., Gyrchinsky M., Antonov V., Shutova J. "The method of forming a geometric solution of the inverse kinematics problem for chains with kinematic pairs of rotational type only" IOP Conference Series: Materials Science and Engineering in November 2018.