

# Метод математического моделирования процессов по выявлению, установления характеристик и взаимосвязей связей социально-значимых явлений

В.В. Антонов

Факультет информатики робототехники  
Уфимский государственный авиационный  
технический университет  
Уфа, Россия  
e-mail: antonov.v@bashkortostan.ru

Я.С. Михайлова

Факультет информатики робототехники  
Уфимский государственный авиационный  
технический университет  
Уфа, Россия  
e-mail: ysm.act@gmail.com

В.А. Колесников

Уфимский юридический институт МВД  
Уфа, Россия  
e-mail: kolesnikov62va@rambler.ru

Л.В. Чернышова

Уфимский юридический институт МВД  
Уфа, Россия  
e-mail: lidaionova@mail.ru

## Аннотация<sup>1</sup>

Перспективы прогресса в создании аналитических систем, назначением которых является статистическое определение тенденций распространения социально-значимых процессов и взаимосвязанных с ними событий имеют критическое значение по причине глобального геополитического кризиса. Его отпечатки накладываются практически на все государства, в условиях чего значимость влияния негативных и положительных явлений социального характера определяется неуклонным возрастанием. В настоящей статье разграничивается метод математического моделирования процесса выявления, установления характеристик и потенциальных взаимосвязей между различными процессами, составляющими или имеющими влияние на социально-значимые явления.

## 1. Введение

Важнейшим компонентом любой социально-ориентированной автоматизированной системы является обеспечение эффективности ее управления и использования, чему посвящены многие исследования [1,3,8,12]. От систем указанного назначения зависит точность стратегических решений на различных уровнях вертикали власти, политик финансовых корпораций, деятельность организаций, обеспечивающих безопасность и

---

**Труды Шестой всероссийской конференции  
"Информационные технологии интеллектуальной  
поддержки принятия решений", 28-31 мая, Уфа-  
Ставрополь, Россия, 2018**

множество других значимых составляющих современного общества. Предлагаемый метод рассчитан на первоначальные условия, предполагающие оперирование заданными и систематизированными сведениями. Определение характеристик множества явлений и получаемые на их основе результаты являются решающим условием для выбора принципов алгоритмизации, а также способов вычисления на стадиях последующих исследований. Стоит обратить внимание, что предпосылки для принятия необходимых мер, как для усиления, так и ослабления каких-либо последствий явлений процессов обозначенного характера, формируются исходя из степени распространения таких явлений и сопутствующих им тенденций. Это заключение может быть предположено как одно из центральных в контексте общей задачи анализа и представляться посредством функций принадлежности. В зависимости от всех интересов и комбинаций их проявления становится очевидным, что определение их характеристик является основополагающим шагом вычислений.

## 2. Формальная математическая модель информационной системы

Обратимся к анализу элементов явления. При использовании социально - ориентированной автоматизированной системы, содержащей описание параметров элементов, категоризация и распределение данных происходит на основе подтверждения критериев, задаваемых системой оценки [2,4]. Каждый этап сбора информации и размещения её по категориям предполагает правила категоризации, которые являются исходными и основными для оценки явления в целом. С целью этого в множестве информационных объектов

Всероссийская научная конференция "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений", Уфа-Ставрополь, Россия, 2018

предусматриваются категории переводимых сведений[8,10]. Промежуточным, но неотъемлемым, шагом при этом являются вычислительные процедуры по формализации качественной информации для предотвращения снижений качества полноты поступающей от экспертов данных и, как следствия, точности последующих результатов. Для этой задачи может быть использован аппарат нечеткой логики, равно как и для задачи формулирования информационной неполноты как следующего важного качества введенных данных. В последующем, этот аппарат может быть использован для унификации и перевода множества данных во всей рассматриваемой системе. Для простоты, обозначим каждую процедуру по унификации и переводу как предварительные вычисления для основных итераций, тогда система может быть разделена на подсистемы. Общим мостом между системой и всеми подсистемами служит категорино-топосная логика[2,9], формализующая общую структуру вычислений с целью достижения целесообразности процедур алгоритмизации всего математического аппарата. Остановимся более подробно на последующих за этим процедурах. Итак, разграничение и обработка сведений могут производиться посредством технических средств, ориентированных на поиск информации по группе признаков, осуществляемых синтаксических анализаторов, как наиболее удобных и простых для применения в использовании. В ходе процедур анализа характеристик и распространенности того или иного события, представляется сложным определить их потенциальный масштаб как явления. Детализация событий, сопутствующих таким явлениям, предопределяет перспективу учета точного количества составляющих элементов и позволяет соотнести их с коэффициентом значимости того или иного определяемого фактора. Такой анализ может быть осуществлен посредством логической и статистической категоризации данных информационных баз индукционно, то есть по одному признаку на предмет преобладания или увеличения с целью сопоставления с особенностями распространенности фактора или группы факторов. Из этого следует, что, при условии детализации нечетких позиций и удовлетворения условий точности при разграничении принципов поведения явлений социально-значимого характера, могут быть заданы условия рассмотрения границ совокупности событий[11]. Очевиден вывод, что их группа предполагает систематичность повторения, которое может быть трактовано как ранее упоминаемое здесь явление, а совокупность процессов в явлении предполагает формирование объекта исследования. Тогда, сама система может быть рассмотрена как отношения в объекте исследования, что подразумевает определение свойств изоморфности множеств. Однако, для определения поведения явлений необходимы дополнительные вычисления и с такими задачами может справиться оценка

посредством теории графов в прикладных инструментах спектра графов на последующем разграничении четких и нечетких когнитивных карт. Обратимся к алгоритму основных вычислений совокупного влияния всех возможных факторов на основные показатели устойчивости проявления событий[13]. Изначально, формирование самой системы происходит за счет ситуационного установления выборки внешних событий, являющихся доминирующими для изоморфных данных. Такой шаг предусмотрен для дальнейшей точности оперирования, а также установления событий, превалирование которых может быть расценено однозначным при определении характера событий, составляющих суть самого явления. С целью этого они могут быть интерпретированы как ориентированные графы и, исходя из критериев связности по данным различных классов влияния, переведены в матрицы по структурированным отношениям в зависимостях связности, дальнейшее формулирование может быть представлено посредством матриц смежности и достижимости, что не только делает данные унифицированными для дальнейших итераций при выводе в матрицы связности и сильной связности, но также операций дизъюнкции и конъюнкции[6].

Итак, пусть даны множества исходя из свойств изоморфности, тогда, в зависимости от их категорий, условно могут быть заданы графы  $G_1, G_2, \dots, G_n$ .

Например, имеются два графа

$$G_1 = (V(G_1), E(G_1))$$

$$G_2 = (V(G_2), E(G_2)),$$

причем множества  $V(G_1), V(G_2)$  не пересекаются. Тогда объединение графов  $G_1, G_2$  есть граф с множеством вершин  $V(G_1) \cup V(G_2)$  и семейством ребер  $E(G_1) \cup E(G_2)$ . Можно также образовать соединение графов  $G_1, G_2$  обозначаемое  $G_1 \oplus G_2$ , взяв их объединение и соединив ребрами каждую вершину графа  $G_1$  с каждой вершиной графа  $G_2$ . Так как условия изоморфности должны быть описаны в графах, определяются выражения связности (исключающие несвязность графов). Приведем выражение связности с разделяющим множеством  $R$ , когда отношение  $R \subset V(G_n)$  какого-либо графа  $G_n$  может быть определено как вершинная связность  $k(G_n)$ , а реберная связность  $\lambda(G_n)$  как  $R \subset E(G_n)$  графа  $G_n$ . Условия для заданных множеств могут считаться справедливыми при  $\lambda(G_n) \geq k$ , то есть граф  $G$  является реберно  $k$ -связным и минимальное реберное разделяющее множество в графе  $G$  содержит хотя бы  $k$  ребер для всех множеств данных. При этом, множества графов являются ориентированными и исключаются мультиграфы, а также выделенные связности исходя из описанных условий переводятся в матричное описание по

Метод математического моделирования процессов по выявлению, установления характеристик и взаимосвязей связей социально-значимых явлений

структурированным отношениям в следующих зависимостях: сильно связные, односторонне связные, слабо связные (ранее исключенные несвязные отношения также необходимо сохранить с целью возможности последующих итераций)[5]. На основании изложенного можем задать матрицу смежности графа  $G_n$  в виде квадратной матрицы  $A = (M_n \times M_n)$  так как, строки и столбцы поставлены во взаимно однозначное соответствие вершинам множества  $V$ .

Значение элемента  $(a_{ij})$  этой матрицы, расположенного на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца определяется по правилу:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{при } (v_i, v_j) \in G \\ 0, \text{при } (v_i, v_j) \notin G \end{cases}$$

Матрица достижимости заданного графа  $G_n$  определяется бинарной матрицей замыкания по транзитивности отношения  $E$  (по заданной матрице смежности графа). При этом сохраняется информация о существовании путей между вершинами орграфа. При формировании выражений матрицы достижимости справедливо условие использования операций дизъюнкции и конъюнкции матриц смежности для последующего вывода в матрицы связности и сильной связности. В зависимости от множества в орграфах получим матричное выражение по достижимости  $M^* = M \vee M^2 \vee \dots \vee M^n$ . Выведем матрицы для сильной и слабой связности следующего вида: в матрицах сильной связности  $S_1(G_n) = \{s1_{ij} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n\}$  и связности  $S_2(G_n) = \{s2_{ij} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n\}$  имеем

$$s1_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } v_i \text{ достижимо из } v_j \text{ и} \\ \quad v_j \text{ достижимо из } v_i \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases}$$

$$s2_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } \exists \text{ маршрут соединяющий} \\ \quad v_i \text{ и } v_j \text{ и} \\ \text{если } \exists \text{ маршрут соединяющий} \\ \quad v_j \text{ и } v_i . \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases}$$

Тогда получим матричную дизъюнкцию выбора  $S = S_1(G_n) \vee S_2(G_n)$ .

Последующий выбор по дизъюнкции предполагает перевод массива орграфов матричного описания связности в матрицы по весовым функциям:

$$A = \{(a_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n; a_{ij} = f(V_i, V_j)\},$$

где  $V_i, V_j$  – вершины графа,  $f(V_i, V_j)$  – весовая функция.

В дальнейшем взвешенные значения могут быть переведены в орграф когнитивных карт  $G_n = (V, E)$ , где множество вершин  $V$  – есть совокупность всех

элементов события, исследуемых по заданному массиву и полученных по весовым функциям, а  $E$  связь между элементами  $V$  учитывающая причинно-следственные связи между ними и их взаимное влияние.

### 3. Математическая модель описания характеристик события нечеткой когнитивной картой

В результате имеем когнитивную карту события в виде матричного представления  $A = \|a_{kl}\|$ , элементы которой  $a_{kl}$  отражают непосредственное влияние  $l$ -го элемента на  $k$ -й элемент, где знак  $a_{kl}$  показывает «направление» влияния, его абсолютная величина – степень такого влияния, а нулевое значение соответствует отсутствию влияния. Существенные значения определяются в динамике  $y_k^t = (y_k^0, \dots, y_k^t)$  – вектор динамики  $k$ -го элемента до момента времени  $t$ , где  $k \in M$ ,  $Y(t) = (y_1(t), \dots, y_m(t))$  – вектор значений элементов в момент времени  $t$ ,  $Y_t = (Y(0), Y(1), \dots, Y(t))$  – траектория динамики события до момента времени  $t, t=0, 1, 2, \dots$

Тогда имеем матричное отношение определившегося влияния в динамических характеристиках когнитивных позиций, искомых по условиям

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если } \exists \text{ маршрут соединяющий} \\ \quad v_i \text{ и } v_j \text{ и} \\ \text{если } \exists \text{ маршрут соединяющий} \\ \quad v_j \text{ и } v_i . \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases}$$

Используя полученное матричное отношение, можем определить детализированные веса орграфов (как искомых условий) и с целью проверки выведенных характеристик, получим расширенную интерпретацию посредством Ф-графов когнитивных карт:

$$F = \{(V, E)\}$$

$$F(x_i, x_j, e_{ij}) = \begin{cases} +1, \text{Если рост (падение) } x_i \\ \quad \text{влечет за собой} \\ \quad \text{рост(падение) } x_j \\ -1, \text{Если рост(падение) } x_i \\ \quad \text{влечет за собой} \\ \quad \text{падение(рост) } x_j \end{cases},$$

$$i, j = 1, 2, \dots, k$$

Во взвешенном знаковом орграфе задаются значения весовых коэффициентов дуг, в общем виде  $F(x_i, x_j, e_{ij}) \omega_{ij}$ . В частности, предметно к ситуации может быть использован нормированный показатель интенсивности влияния ранее представленной

характеристической функцией  $\omega_{ij}$  со свойствами:  $1 \leq \omega_{ij} \leq 1$ ,  $\omega_{ij} = 0$ , если  $x_i$  не зависит от  $x_j$  и влияние отсутствует,  $\omega_{ij} = 1$  при максимальном положительном влиянии  $x_i$  на  $x_j$ ,  $\omega_{ij} = -1$  при максимальном отрицательном влиянии  $x_i$  на  $x_j$ .

Важной разновидностью когнитивных позиций для системы являются формализованные из четких когнитивные карты с нечетким реляционным описанием. В таком случае, элементы системы воспринимаются неструктурированными или слабоструктурированными, а графы задаются нечеткими параметрами, а дуги отношениями их влияния по причинно-следственным связям. Основной целью реализации аппарата нечетких карт является исключение возможности вывода за пределы матричных значений (или диапазонов значений в последующем). В итоговых совмещенных вариантах формализации выводится смешанная модель матричного отношения определившегося влияния в динамических характеристиках когнитивных позиций. Возвращаясь к заданным выражениям, можно определить: при условии, что бинарные отношения на множестве являются нечеткими, отношения между концептами (как узлами) представлены нечеткими множествами по степеням принадлежности. Совокупность отношений влияния между всеми концептами задается матрицей нечетких отношений. При этом, нечеткое отношение рассматривается как нечеткое отображение нечеткого множества по влияющим результатам, что при системном моделировании дает возможность представления данных концептов под внешним воздействием. При этом, справедливо

$$\begin{aligned} G &= G_1 \cup G_2, \quad G_1 = (V(G_1), E(G_1)), \\ G_2 &= (V(G_2), E(G_2)) \Rightarrow \\ G &= (V(G_1) \cup V(G_2), E(G_1) \cup E(G_2)) \end{aligned}$$

Для упрощенной интерпретации переведем ассоциированное множество в матрицу смежности, где элемент  $\omega_{ij}$  задаваемой матрицы стоит на пересечении строки  $i$  и столбца  $j$  для оценки влияния элементов  $x_i$  на  $x_j$ . При экспертном вмешательстве значения могут быть переведены в процентные отношения. Для дальнейших преобразований можем произвести конфигурирование когнитивных карт в модели, предусмотренные условиями последовательного варьирования множества по сбалансированности знаковых орграфов в моделях (формальная математическая модель баланса, описывается условно с целью перегруппирования). Это достигается переводом в знаковую модель запаздывания, повторным описанием баланса, переводом в биномиальную модель с учетом потенциальной неизвестности определенных экспертами множеств (вероятностного пространства графов с  $N$  вершинами при  $N \rightarrow \infty$ , когда каждая пара

$N$  соединяется с вероятностью  $p$  и в итоге, полученное количество ребер будет случайной величиной с ожидаемым значением  $N \rightarrow \infty$ . Если  $G_0$  — граф с вершинами  $P_1, P_2, \dots, P_N$  и  $n$  ребрами, вероятность получить его с помощью этого процесса составит  $P(G_0) = p^n x(1-p)^{0.5N(N-1)}$ .

Различные интерпретации вершин, ребер и весов на ребрах, а также различные функции, устанавливающие влияние связей на элементы, приводят к выводу множества сгруппированных элементов, в результате графы локализуются, взвешиваются и вносятся в матрицы смежности с последующим циклом итераций. В дальнейшем путем вычислений спектра графов, можем воссоздать всю цепочку событий и дальнейшую идентификацию самого явления. Преобразуя спектры, мы имеем дело с инвариантностью, - даже после групп матричных перестановок и преобразований. Спектр есть конечная последовательность числовых инвариантов, его отличительной особенностью являются информативные качества содержания структур графов. Это говорит о том, что существенная для нас информация (или её значительная часть) содержится в спектре и в конечном итоге мы можем вместо орграфа использовать его спектр, так как конечную последовательность чисел легче обрабатывать в автоматическом режиме, что доказывает применимость для оговариваемых систем.

С целью проверки результатов вся полученная структура дополнительно проверяется на свойства изоморфности и данные вносятся в промежуточную ковариационную матрицу оценки правдоподобия алгоритмизированных процессов [7] (исключаем описание, так как системные алгоритмы изначально заданы не были). Результатом исследования становится зависимость изменения когнитивных карт в нечетком представлении с дальнейшей интерпретацией на спектре графов и последующей переработке промежуточных полученных значений нечетких позиций.

#### 4. Заключение

На основе проведенных исследований предлагается новый подход формирования структуры программного аналитического комплекса, обработки социально значимых информационных объектов (событий) на основе применения нечетких когнитивных карт. Представлен вывод о том, что значительная часть требуемой информации содержится в спектре орграфа и в конечном итоге мы можем вместо орграфа использовать его спектр, так как конечную последовательность чисел легче обрабатывать в автоматическом режиме, что доказывает применимость для оговариваемых систем.

Такой подход обеспечивает возможность описания на языке теории множеств взаимосвязей между модулями (объектами), программами, информационной системой и бизнес-процессами.

Метод математического моделирования процессов по выявлению, установлению характеристик и взаимосвязей связей социально-значимых явлений

## Список используемых источников

1. Антонов В.В. Метод проектирования адаптивного программного комплекса на основе методологии категорийной формальной модели открытой предметной области // Вестник УГАТУ, 2015. Т. 19. № 1. С. 258-263.
2. Антонов В.В., Куликов Г.Г., Антонов Д.В. Теоретико-множественная модель ИС для многомерного аналитического анализа, отвечающая требованиям хранилища данных // Вестник УГАТУ, 2012. Т. 16. № 6 (51). С. 189-201.
3. Антонов В.В., Куликов Г.Г. Семантико-математический язык описания структуры интеллектуальной системы на основе нечеткой логики [Текст] / Антонов В.В., Куликов Г. Г. // Международный журнал "Программные продукты и системы". Тверь. 2011, №3(95). С. 33-35.
4. Антонов В.В., Куликов Г.Г. Метод построения математической модели предметной области / В.В.Антонов, Г. Г. Куликов // Вестник СГЭУ: науч. журн. Самарск. гос. экон. ун-та. 2010. № 5(67). С. 10-14.
5. Блох А.Ш., Граф-схемы и алгоритмы: Учебное пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов. – Мн: Выш. шк., 1987. – 144с.
6. Вокуева Т.А., Вычисление матрицы взаимовлияния когнитивной карты // Известия Коми научного центра УрО РАН. Выпуск 3(11). Сыктывкар, 2012.
7. Голдблатт Р. Топосы. Категорный анализ логики. – М.: Мир, 1983. – 488 с.
8. Конев К.А. Онтологическая концепция решения задач в прикладных научных исследованиях // Информатизация образования и науки. 2016. № 1 (29). С. 147-155.
9. Конев К.А. Онтологическая специализация области научного знания // Информатизация образования и науки. 2017. № 3 (36). С. 95-105.
10. Массель Л.В. Фрактальный подход к структурированию знаний и примеры его применения // Онтология проектирования. 2016. Т. 6. № 2(20). С. 149 - 161.
11. Новиков Д.А., «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель // Пробл. управл. 2008. № 3; Autom. Remote Control. 71:4 (2010).
12. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
13. Цветкович Д.М., Дуб М., Захс Х., Спектры графов. Теория и применение // Киев: Наук. думка, 1984. – 384 с.