

# Оптимизация процесса доставки однородного груза различным клиентам

А.Ф. Валеева  
Факультет информатики и робототехники  
Уфимский государственный авиационный  
технический университет  
Уфа, Россия  
e-mail: [aida\\_val2004@mail.ru](mailto:aida_val2004@mail.ru)

Ю.А. Гончарова  
Факультет информатики и робототехники  
Уфимский государственный авиационный  
технический университет  
Уфа, Россия  
e-mail: [yuliagonch@mail.ru](mailto:yuliagonch@mail.ru)

## Аннотация<sup>1</sup>

Рассматривается задача доставки однородного груза различным клиентам (Extended Vehicle Routing Problem, EVRP), включающая решение следующих подзадач: 1. Прогнозирование объемов спроса груза. 2. Составление рациональных маршрутов доставки однородного груза автомобильными ТС различным клиентам (при этом учитываются грузоподъемность ТС, временные окна, период планирования, раздельная доставка, наличие множества депо, возможность возврата груза, неоднородность парка ТС). 3. Выбор упаковки для перевоза груза в ТС. 4. Размещение груза в ТС. Разработаны математическая модель задачи EVRP, а также алгоритм муравьиной колонии, основанный на популяции, для решения задачи составления рациональных маршрутов доставки однородного груза различным клиентам с учетом выше указанных ограничений и с учетом рационального размещения груза в ТС во время построения рациональных маршрутов доставки. Приводятся результаты численных экспериментов.

## 1. Введение

В настоящее время в России в условиях кризиса, санкций и импортозамещения актуальной проблемой является развитие и разработка методов решения задач маршрутизации, основная цель которых – снижение затрат при перевозке и доставке различных грузов потребителям «точно в срок». Задачи маршрутизации являются ключевыми в областях транспортных перевозок, перемещения и логистики.

Рассматривается задача о доставке однородного груза в различные регионы России автомобильными транспортными средствами (ТС) различной

грузоподъемности, арендуемыми компанией. В одном транспортном средстве находится груз, предназначенный для доставки нескольким клиентам. Компания располагает складом (депо) или несколькими складами для хранения груза, каждое ТС начинает и заканчивает свой маршрут в депо. Компания может установить временной период в размере нескольких дней, в течение которых груз должен быть доставлен клиентам. По пути доставки груза транспортному средству разрешается остановка в некоторые интервалы времени. Кроме того, каждый клиент может быть посещен более чем одним транспортным средством. При этом спрос каждого клиента может быть больше грузоподъемности транспортного средства, и клиент может быть включен в несколько маршрутов. Масса груза не должна превышать грузоподъемности транспортного средства. Компания заинтересована в минимизации стоимости пройденного пути. Требуется определить рациональные маршруты доставки однородного груза автомобильными ТС различным клиентам с возможностью одновременного учета рационального размещения груза внутри ТС при построении рациональных маршрутов доставки.

Задача маршрутизации ТС относится к классу NP-трудных задач комбинаторной оптимизации. Это означает, что не существует алгоритма полиномиальной сложности для нахождения ее оптимального решения, и точный результат в общем случае может быть получен только за экспоненциальное время.

Поскольку большинство практических задач маршрутизации ТС имеют большую размерность, то из-за больших затрат вычислительного времени для их решения применяют эвристические методы. Среди них важное место занимают алгоритмы, основанные на аналогиях с живой природой и физическими процессами. К таким алгоритмам можно отнести генетические алгоритмы, алгоритмы имитации отжига, нейронные сети, а также алгоритмы муравьиной колонии, см. например [2, 3, 5, 7, 8]. Данная статья продолжает исследования в этом

---

Труды четвертой международной конференции "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений", 17 - 19 мая, Уфа, Россия, 2016

направлении и посвящена разработке методов и алгоритмов для решения задачи доставки однородного груза различным клиентам с учетом технологических ограничений.

## 2. Математическая модель задачи EVRP

Приведем математическую постановку задачи EVRP.

### Прогнозирование объемов спроса груза

$q_{iinit}$  – объем спроса отдельного клиента в грузе в момент времени  $tinit$ , где  $i$  – индекс клиента,  $i=1, \dots, n$ ,  $tinit$  – момент времени, порядковый номер месяца,  $tinit = 1, \dots, tmonth$ .

Требуется найти прогнозные значения для каждого из клиентов до конца года  $q_{it}$ , где  $t = tinit + tpredict$  – период, число месяцев, на которое строится прогноз.

Для получения прогнозных значений использовался пакет Statistica.

### Составление рациональных маршрутов доставки однородного груза автомобильными ТС различным клиентам

Задача составления рациональных маршрутов доставки однородного груза автомобильными ТС различным клиентам относится к задачам маршрутизации, являющимися, как известно, NP-трудными.

В основу модели рассматриваемой задачи доставки однородного груза различным клиентам легли модели следующих задач: задача маршрутизации ТС с ограничением на грузоподъемность (*Capacitated VRP, CVRP* [10]), задача маршрутизации ТС с временными окнами (*VRP with Time Windows, VRPTW* [9]), задача маршрутизации ТС с множеством депо (*Multiple Depot VRP, MDVRP* [8]), задача маршрутизации ТС с отдельной доставкой (*Split Delivery VRP, SDVRP* [1]), периодическая задача маршрутизации ТС (*Periodic VRP, PVRP* [7]), задача маршрутизации ТС с возвратом товаров (*VRP with Pick-up and Delivery, VRPPD* [6]). Обозначения, введенные в перечисленных задачах, сохраняются.

Приведем математическую модель для поиска рациональных маршрутов доставки однородного груза различным клиентам.

Дано:

$G = (V, A)$  – граф с множеством вершин  $V$  и множеством дуг  $A$ ;

$V$  – множество вершин, которое делится на два подмножества  $V_c = \{1, \dots, n\}$  и  $V_h = \{n+1, \dots, n+k\}$ ;

$V_c = \{1, \dots, n\}$  – множество городов и клиентов;

$V_h = \{n+1, \dots, n+k\}$  – множество депо;

$m_u$  – количество ТС, расположенных в каждом депо  $u \in V_h$ ,  $m_u \in \{1, \dots, r_u\}$ ;

$r_u$  – максимальное число ТС, расположенных в депо  $u \in V_h$ ;

$Q_v$  – грузоподъемность ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ,  $Q_v \in Z^+$ ,

где  $v \in [\underline{v}, \bar{v}]$ . Предполагается, что  $\underline{v} = 1$  и  $\bar{v} = r_u$ ;

$q_{it}$  – объем спроса в грузе в момент времени  $t = 1, \dots, tpredict$ , связанный с каждым клиентом  $i \in V_c$  и получаемый при решении подзадачи *Прогнозирование объемов спроса груза*;

$p_{it}$  – объем требования на возврат груза в момент времени  $t = 1, \dots, tpredict$ , связанный с каждым клиентом  $i \in V_c$  и получаемый при решении подзадачи *Прогнозирование объемов спроса груза*.

Введем ряд обозначений:

$c_{ij}$  – расстояние между пунктами  $i$  и  $j$ ,  $i, j \in V_c$ ;

$e_{ij}$  – время в пути между пунктами  $i$  и  $j$ ,  $i, j \in V_c$ ;

$s_i$  – время обслуживания клиента  $i \in V_c$ ;

$[a_i, b_i]$  – временное окно для клиента  $i \in V_c$ ;

$penalty\_time_i$  – штраф за начало обслуживания клиента  $i \in V_c$  после  $b_i$ ;

$w_i^{vu}$  – время начала обслуживания клиента  $i \in V_c$  ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ;

$M$  дней – период планирования доставки груза;

$x_{ij}^{vu}$  – переменная логического типа, принимающая значение 1, если ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$  перемещается в направлении от пункта  $i$  к пункту  $j$ , и 0 в противном случае,  $i, j \in V_c$ ;

$u_i^{vu}$  – это спрос  $i$ -го клиента, обслуженного ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ;

$d_i^{vu}$  – это объем требования  $i$ -го клиента на возврат груза, осуществленный ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ;

$h_z$  – стоимость  $z$ -ой упаковки для перевоза груза, где  $z = 1, \dots, |Item_{cyl}| + |Item_{par}|$ ;

$|Item_{cyl}|$  – количество упаковки цилиндрической формы;

$|Item_{par}|$  – количество упаковки параллелепипедной формы;

$vol_z$  – объем  $z$ -ой упаковки;

$num = (num_1, \dots, num_{|Item_{cyl}|+|Item_{par}|})$  – набор упаковок;

$num_{|Item_{cyl}|+|Item_{par}|}$  – количество упаковок цилиндрической и параллелепипедной форм;

$penalty\_pack^v$  – штраф за маршрут, не соответствующий рациональному размещению груза в ТС  $v$ .

Требуется найти:

$$\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^{m_u} c_{ij} x_{ij}^{vu} + \sum_{i=1}^n \text{penalty\_time}_i\right) \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$u = n + 1, \dots, n + k;$$

$$\sum_z h_z \text{num}_z \rightarrow \min \quad (2)$$

при выполнении следующих условий:

пройденный путь включает каждую вершину не менее одного раза

$$\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^{m_u} x_{ij}^{vu} \geq 1; j = 1, \dots, n; u = n + 1, \dots, n + k; \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{iz}^{vu} - \sum_{j=1}^n x_{zj}^{vu} = 0; z = 0, \dots, n; v = 1, \dots, m_u; \quad (4)$$

$$u = n + 1, \dots, n + k;$$

отсутствуют замкнутые подмаршруты:

$$\sum_{i \in V_c} \sum_{j \in V_c} x_{ij}^{vu} \leq |V_c| - 1; v = 1, \dots, m_u; u = n + 1, \dots, n + k; \quad (5)$$

клиент  $i$  может быть обслужен на доставку и возврат ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$  только, если  $v$  проходит через  $i$ :

$$y_i^{vu} + d_i^{vu} \leq (q_{it} + p_{it}) \sum_{j=1}^n x_{ij}^{vu}; i = 1, \dots, n; v = 1, \dots, m_u; \quad (6)$$

$$u = n + 1, \dots, n + k; t = 1, \dots, \text{tpredict};$$

спрос каждого клиента в грузе должен быть удовлетворен:

$$\sum_{v=1}^{m_u} y_i^{vu} \leq q_{it}; i = 1, \dots, n; u = n + 1, \dots, n + k; t = 1, \dots, \text{tpredict}; \quad (7)$$

требования каждого клиента в возврате груза должны быть удовлетворены:

$$\sum_{v=1}^{m_u} d_i^{vu} \leq p_{it}; i = 1, \dots, n; u = n + 1, \dots, n + k; t = 1, \dots, \text{tpredict}; \quad (8)$$

количество груза, размещенного в ТС  $v$ , не должно превышать грузоподъемности ТС  $v$ :

$$\sum_{i=1}^n (y_i^{vu} + d_i^{vu}) \leq Q_v; v = 1, \dots, m_u; u = n + 1, \dots, n + k; \quad (9)$$

учитываются временные окна:

$$a_i \leq \sum_{v \in [v, v]} w_i^{vu} \leq b_i; \forall i \in \{1, \dots, n\}; \quad (10)$$

$$a_i \leq w_i^{vu} \leq b_i; \forall v \in [v, v]; i \in V_c; \quad (11)$$

$$w_j^{vu} \geq w_i^{vu} + s_i + e_{ij}; \forall i, j \in \{1, \dots, n\}; \quad (12)$$

и  $M$  дневное планирование доставки груза:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (e_{ij} + s_i) \leq M \quad (13)$$

груз должен вмещаться в ТС  $v$ :

$$fpack^v = \begin{cases} \leq 1, \text{penalty\_pack}^v = 0 \\ > 1, \text{penalty\_pack}^v = \text{const} \end{cases} \quad (14)$$

выбираются упаковки минимальной стоимости и максимальной заполненности их грузом

$$\text{num}_z \geq 0, \text{целые}, z = 1, \dots, |Item_{\text{cyl}}| + |Item_{\text{par}}| \quad (15)$$

$$\sum_z \text{vol}_z \text{num}_z \leq q_{it}, z = 1, \dots, N; t = 1, \dots, \text{tpredict}, i \in V_c \quad (16)$$

Ограничение (14) в рассматриваемой задаче доставки однородного груза различным клиентам является необязательным и дает возможность учитывать рациональное размещение груза внутри ТС, если это необходимо.

### 3. Алгоритм муравьиной колонии, основанный на популяции, для решения задачи доставки однородного груза различным клиентам

Для решения рассматриваемой в статье задачи EVRP был предложен алгоритм *Population Based Ant Colony Optimization for Extended Vehicle Routing Problem, P-ACO-EVRP*, представленный ниже.

*Алгоритм P-ACO-EVRP*

**Входные параметры:** объем спроса клиентов в грузе  $q_{init}$ ; число городов и клиентов  $n$ ; расстояния между пунктами  $i$  и  $j$   $c_{ij}$  для всех пунктов  $i$  и  $j$ ; время в пути между пунктами  $i$  и  $j$   $e_{ij}$  для всех пунктов  $i$  и  $j$ ; параметры алгоритма  $\alpha$ ,  $\beta$ ; феромон  $\tau_{ij}$ ; период времени, за который должны быть обслужены все клиенты  $M$ ; время обслуживания в городе  $s_i$ ; граничные значения временных окон  $a_i$ ,  $b_i$ ; число агентов  $l$ ; штраф за начало обслуживания клиента после окончания временного окна, связанного с этим клиентом,  $\text{penalty\_time}_i$ ; упаковки параллелепипедной формы с известной длиной  $lp_i$ , шириной  $wp_i$ , высотой  $hp_i$ , массой  $mp_i$ ; упаковки цилиндрической формы  $itc_k$  с известным радиусом  $rc_k$ , высотой  $hc_k$ , массой  $mc_k$ ; ТС  $v$  с известной длиной  $L^v$ , шириной  $W^v$ , высотой  $H^v$ , грузоподъемностью  $Q_v$ , стоимость упаковок  $h_z$ , количество упаковок цилиндрической формы  $Item_{\text{cyl}}$ , количество упаковок параллелепипедной формы  $Item_{\text{par}}$ , объем упаковок  $\text{vol}_z$ .

**Выходные параметры:** множество маршрутов, карта размещения груза в ТС.

Алгоритм *opt-EVRP*

**Шаг 1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ** (вход:  $q_{init}$ ; выход: прогнозные значения объема спроса клиентов в грузе  $q_{it}$ )).

**Шаг 2.** P-ACO-EVRP (вход:  $n, c_{ij}, e_{ij}, \alpha, \beta, \tau_{ij}, q_{it}, M, s_i, a_i, b_i, l, penalty\_time_i, itp_i, lp_i, wp_i, hp_i, mp_i, itc_k, rc_k, hc_k, mc_k, L^v, W^v, H^v, Q_v$ ; выход: матрица популяции  $P$ , состоящая из  $R$  рациональных маршрутов  $Tour^r$ ).

**Шаг 3.** ВЫБОР\_УПАКОВКИ (вход:  $h_z, Item_{cyl}, Item_{par}, vol_z, qit$ ; выход: выбранная упаковка  $num = (num_1, \dots, num_{|Item_{cyl}|+|Item_{par}|})$ ).

**Шаг 4.** РАЗМЕЩЕНИЕ\_ГРУЗА (вход:  $num = (num_1, \dots, num_{|Item_{cyl}|+|Item_{par}|})$ ,  $itp_i, lp_i, wp_i, hp_i, mp_i, itc_k, rc_k, hc_k, mc_k, L^v, W^v, H^v, Q_v$ ; выход: карта размещения груза в ТС  $v$ , значение  $fpack^v$ ).

Опишем подробнее процедуры алгоритма *opt-EVRP*.

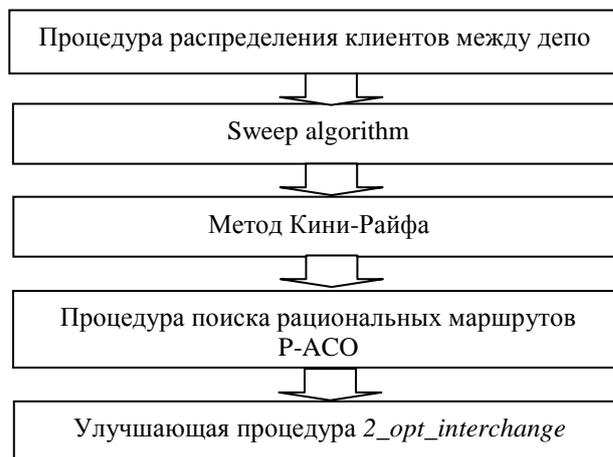
### Шаг 1. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Для получения прогнозных значений использовался пакет *Statistica*.

### Шаг 2. P-ACO-EVRP

При решении рассматриваемой задачи *EVRP* агенты имитируют ТС, маршруты строятся пошагово выбором следующего клиента до тех пор, пока не будут обслужены все клиенты. Изначально к каждому депо прикрепляются ближайшие к нему клиенты, и алгоритм применяется несколько раз для каждого депо, то есть задача преобразуется в задачу с единственным депо. После производится кластеризация клиентов по транспортным средствам алгоритмом заметания (*sweep algorithm*) [11]. Далее для каждого кластера (транспортного средства) строится решение следующим образом: агент стартует из депо, и список клиентов, включённых в его маршрут, пуст. Агент выбирает следующего клиента из списка доступных клиентов и обновляет свою текущую загрузку перед выбором следующего. Агент возвращается в депо, когда достигнута его максимальная грузоподъёмность либо когда все клиенты уже обслужены. Суммарный путь  $L^l$  рассчитывается как значение целевой функции полного маршрута  $l$ -го искусственного агента. Алгоритм *P-ACO-EVRP* строит полный маршрут для первого агента перед тем, как второй начнёт своё движение. Это продолжается до тех пор, пока заранее определённое число агентов  $k$  не построят полный маршрут. Лучшее решение каждой итерации добавляется в популяцию, предварительно пройдя через улучшающую качество решения процедуру *2\_opt\_interchange* (обмен вершинами между маршрутами) [4].

Схема алгоритма *P-ACO-EVRP* представлена на рисунке 1.



**Рис. 1.** Схема алгоритма *P-ACO-EVRP*

Псевдокод алгоритма *P-ACO-EVRP* представлен в работе [14].

### Шаг 3. ВЫБОР\_УПАКОВКИ

Из упаковок с наибольшей потребительской оценкой находятся упаковки наименьшей стоимости и максимальной заполненности грузом с помощью метода динамического программирования [13]:

1. Если  $z < vol_0 = vol_1$ , то  $f(z) = 0$  для всех таких  $z$ , иначе
2. Если  $z \in [vol_0, q_{jl}]$ , то  $f(z) = \min_{i \in I_z} \{-h_i - f(z - vol_i)\}$ ,  $I_z = \{i \mid vol_i \leq z\}$ .
3. Получение требуемого набора упаковок  $num = (num_1, \dots, num_{|Item_{cyl}|+|Item_{par}|})$ .

### Шаг 4. РАЗМЕЩЕНИЕ\_ГРУЗА

Для выдачи карты размещения груза в ТС можно использовать любую библиотеку с функцией размещения предметов внутри ТС.

## 4. Вычислительный эксперимент

Численные эксперименты основаны на сравнительном анализе результатов полученных предложенным алгоритмом с нижними границами и известными решениями, ранее полученными другими авторами.

Численные эксперименты проводились на вычислительной машине Intel Core i3 с частотой каждого ядра 3,4 GHz. С оперативной памятью 4 Гб на платформе 32-разрядной операционной системы Windows 7.

В работе предлагается математическая модель задачи доставки однородного груза различным клиентам *EVRP*. На данный момент в силу новизны рассматриваемой математической модели задачи маршрутизации транспортных средств не существует как набора тестовых данных, так и результатов других методов решения для проведения сравнительного анализа с результатами

предложенного метода P-ACO-EVRP. Представленная в работе модель содержит 6 основных ограничений задачи маршрутизации ТС, а именно: грузоподъемность транспортного средства, временные окна, период планирования, множество депо, раздельная доставка, возможность возврата груза, а также рациональное размещение груза внутри ТС во время построения рациональных маршрутов доставки, поэтому предлагается для проверки эффективности предложенного алгоритма P-ACO-EVRP рассмотреть тестовые наборы с наилучшими известными решениями для математических моделей CVRP, VRPTW, MDVRP, MDVRPTW, SDVRP, SDVRPTW, PVRP, PVRPTW, VRPPD, VRPPDTW.

В данной статье представлены наиболее интересные из полученных результатов.

#### 4.1 Анализ результатов численного эксперимента на задаче MDVRPTW

Эксперимент проводился на известных тестовых наборах из библиотеки OR-Library (<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>). Для каждого тестового набора известны координаты депо, координаты и спрос клиентов, грузоподъемность ТС, а также начало временного окна, конец временного окна и время обслуживания. Также представлены решения задачи маршрутизации ТС с множеством депо с временными окнами, полученные генетическим алгоритмом Adaptive Genetic Algorithm with the artificial Bee Colony, AGABC (Chun-Ying Liu, 2013), гибридной метаэвристикой, High-Level Relay Hybrid Metaheuristic, HRHM (Siamak Noori, S. Farid Ghannadpour, 2012).

Результаты выполнения алгоритмов представлены в таблице 4.8.

**Таблица 1. Сравнение результатов работы алгоритмов для задачи маршрутизации ТС с множеством депо с временными окнами**

Задача	Best Known	AGABC	HRHM	P-ACO-EVRP
pr01	1083.98	<b>1074.12</b>	<b>1074.12</b>	1094.82
pr02	1763.07	<b>1762.21</b>	<b>1762.21</b>	1780.70
pr03	2408.42	<b>2373.65</b>	<b>2373.65</b>	2456.58
pr04	2958.23	2818.24	<b>2815.48</b>	3017.40
pr05	3134.04	<b>2965.18</b>	2993.94	3196.72
pr06	3904.07	<b>3598.35</b>	3629.72	3943.11
pr07	1423.35	<b>1418.22</b>	<b>1418.22</b>	1430.47
pr08	2150.22	2099.64	<b>2096.73</b>	2193.22
pr09	2833.80	<b>2724.90</b>	2730.54	2890.48
pr10	3717.22	<b>3468.94</b>	3499.56	3569.55

pr11	1031.49	<b>1005.73</b>	<b>1005.73</b>	1025.84
pr12	1500.48	<b>1464.50</b>	1472.76	1508.44
pr13	2020.58	<b>1994.14</b>	2001.83	2034.02
pr14	2247.72	<b>2199.48</b>	2215.51	2243.47
pr15	2509.75	<b>2449.64</b>	2465.25	2498.63
pr16	2943.90	<b>2837.58</b>	2896.03	2922.71
pr17	1250.09	1242.38	<b>1236.24</b>	1248.60
pr18	1809.35	<b>1793.25</b>	1796.21	1801.21
pr19	2310.92	<b>2260.68</b>	2292.45	2305.89
pr20	3131.90	<b>2991.79</b>	3076.37	3153.28

*Выводы по эксперименту:* из представленной таблицы видно, что для задачи маршрутизации транспортных средств с множеством депо с временными окнами решения, полученные предложенным алгоритмом, не отличаются более чем на 1%-3% от лучших известных. На 1 тестовом наборе pr11 было получено второе по качеству решение. На 8 тестовых примерах удалось обогнать лучшее известное решение.

#### 4.2 Определение влияния стратегий обновления популяции алгоритма P-ACO-EVRP на качество решения

Цель данного эксперимента заключается в определении влияния существующих стратегий обновления популяции алгоритма *Age*, *Quality*, *Prob* и *Elitism* на качество решения задачи маршрутизации транспортных средств. Для вычислительного эксперимента были отобраны 6 тестовых наборов для задачи маршрутизации ТС с возвратов товаров с временными окнами VRPPDTW, описанные в работе [6]. Результаты экспериментов представлены в таблице 2.

**Таблица 2. Сравнение результатов работы алгоритма P-ACO-EVRP с разными стратегиями обновления популяции на задаче VRPPDTW**

Задача	Best Known	Age	Quality	Prob	Elitism
lc101	<b>828.94</b>	<b>828.94</b>	<b>828.94</b>	<b>828.94</b>	<b>828.94</b>
lc104	<b>818.60</b>	822.4	822.7	<b>821.9</b>	824.5
lr103	<b>1292.68</b>	1302.7	1299.14	<b>1297.8</b>	1301.5
lr107	<b>1111.31</b>	1122.4	<b>1116.87</b>	1118.5	1119.2
lrc103	<b>1258.74</b>	1271.8	1265.03	<b>1259.2</b>	1267.3
lrc107	<b>1230.15</b>	1242.3	1236.29	<b>1235.8</b>	1239.4

*Выводы по эксперименту:* из представленной таблицы видно, что решения, полученные алгоритмом P-ACO-EVRP с разными стратегиями обновления популяции отличаются по качеству решения между собой не более, чем на 1%. Стратегия

*Prob* показала лучшие результаты по качеству решения по сравнению со стратегиями *Quality*, *Age*, *Elitism*. Стратегии *Quality* удалось обогнать стратегию *Prob* на 1 тестовом наборе *lr107*.

## 5. Заключение

В статье представлены следующие результаты:

- Математическая модель задачи доставки однородного груза различным клиентам (EVRP, Extended Vehicle Routing Problem).
- Алгоритм муравьиной колонии, основанный на популяции, для решения задачи составления рациональных маршрутов доставки однородного груза различным клиентам с учетом грузоподъемности ТС, временных окон, периода планирования, раздельной доставки, множества депо, возможности возврата груза, неоднородности парка ТС.
- Результаты численных экспериментов.

## Acknowledgments

Работа поддержана грантом РФФИ № 13-07-00579.

## Список используемых источников

1. Archetti C., Hertz A., Speranza M.G. "A tabu search algorithm for the split delivery vehicle routing problem". *Transportation Science*, 2006, 40:64-73.
2. Bella J. E., McMullen P. R. "Ant colony optimization techniques for the vehicle routing problem". *Advanced Engineering Informatics*, 2004, 18:41-48.
3. Dorigo M., Maniezzo V., Colomi A. "The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents". *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*. Part B, 1996, 26(1):29-41.
4. Fahrion R. "On a principle of chain-exchange for vehicle-routing problems (1-VRP)". / R. Fahrion, W. Wrede // *Journal of the Operational Research Society*, 1990, 41:821-827.
5. Kuo Yi. "Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem". *Computers & Industrial Engineering*, 2010, 39(8):157-165.
6. Li H., Lim A. "A Metaheuristic for Solving the Pickup and Delivery Problem with Time Windows". *IEEE Computer Society (ed) Proceedings of the 13th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*. *IEEE Computer Society*, Los Alamitos, California, 2001, pp. 160-167.
7. Moghaddam R., Zohrevand A., Rafiee K. "Solving a New Mathematical Model for a Periodic Vehicle Routing Problem by Particle Swarm Optimization". *Transportation Research Journal*, 2012, 2(1):77-87.
8. Ramalingam A., Vivekanandan K. "Genetic Algorithm based Solution Model for Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows". *International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering*, 2014, 3(11):8433-8439.
9. Schmid Verena, Doerner Karl F., Laporte Gilbert. "Rich Routing Problems Arising in Supply Chain Management". *European Journal of Operational Research*, 2013, 224(3):435-448.
10. Venkatesan S.R., Logendran D., Chandramonah D. "Optimization of capacitated vehicle routing problem using PSO". *International Journal of Engineering Science and Technology (IJEST)*, 2011, 3(10):7469-7477.
11. Zhishuo L., Yueting C. "Sweep Based Multiple ant colonies algorithm for capacitated vehicle routing problem". *e-Business Engineering*, 2005, pp. 387-394.
12. Валеева А.Ф., Гончарова Ю.А., Кошечев И.С. "Разработка логистической транспортной системы для решения задачи доставки груза различным клиентам. Часть 2". *Информационные технологии*, 2014, 1:9-14.
13. Юсупова Н.И., Валеева А.Ф., Рассадникова Е.Ю., Кошечев И.С., Латыпов И.М. "Многокритериальная задача доставки грузов различным потребителям". *Логистика и управление цепями поставок*, 2011, 46:60-81.